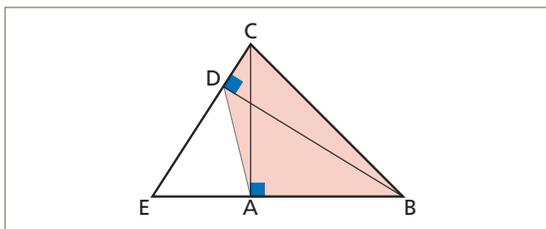


ESERCIZI IN PIÙ

I QUADRILATERI INSCRITTI E CIRCOSCRITTI

1 ESERCIZIO GUIDA

Dati un triangolo EBC e le sue altezze CA e BD , dimostra che il quadrilatero $ABCD$ è inscrittibile in una circonferenza.

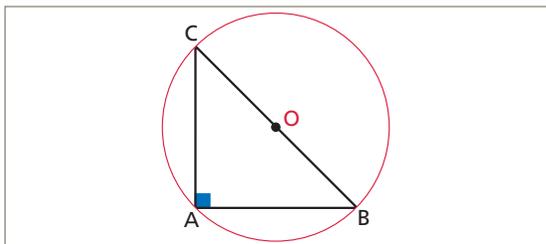


Ipotesi 1. $CA \perp EB$;
2. $BD \perp CE$.

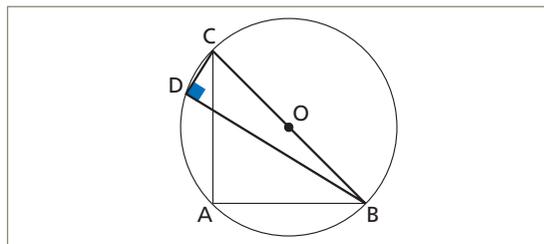
Tesi $ABCD$ è inscrittibile in una circonferenza.

Dimostrazione

Poiché l'angolo \hat{BAC} è retto, è possibile disegnare una circonferenza che ha come diametro CB e passante per A . Il centro O della circonferenza è il punto medio di CB , pertanto il raggio è la metà di CB .



Anche l'angolo \hat{BDC} è retto, quindi anche D è un punto della circonferenza che ha come centro O il punto medio di CB e come raggio la metà di CB .



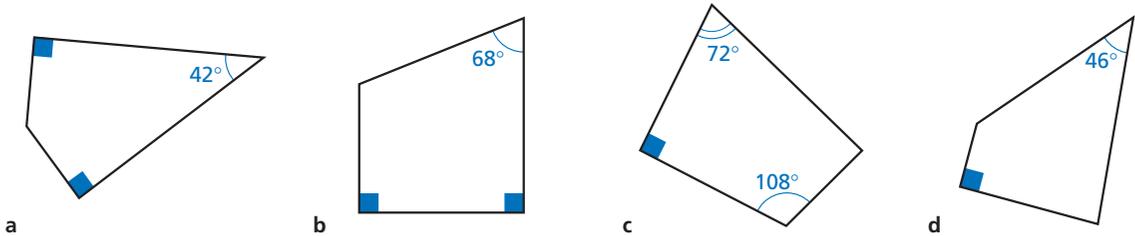
Possiamo concludere che il quadrilatero $ABCD$ è inscrittibile in una circonferenza.

- 2 Dato un quadrilatero inscritto in una circonferenza, dimostra che ogni angolo è congruente all'angolo esterno di vertice opposto.
- 3 Dimostra che, se un trapezio è isoscele, è inscrittibile in una circonferenza.
- 4 Dimostra che se un parallelogramma è inscritto in una circonferenza, è un rettangolo.
- 5 Disegna due triangoli isosceli ABC e ABD aventi la base AB in comune e i vertici C e D da parti opposte rispetto ad AB . Dimostra che il quadrilatero $ACBD$ è circoscrivibile a una circonferenza.
- 6 Dopo aver disegnato una circonferenza di diametro AB , traccia le rette a e b tangenti rispettivamente in A e B alla circonferenza. Dai punti C e D di a , equidistanti da A , traccia le tangenti alla circonferenza. Indica con E e F i punti in cui tali tangenti incontrano b . Dimostra che il quadrilatero $CDFE$ è un trapezio isoscele.
- 7 Dagli estremi di una corda AB della circonferenza di centro O , traccia due corde AC e BD a essa perpendicolari. Dimostra che il quadrilatero $ABDC$ è un rettangolo.

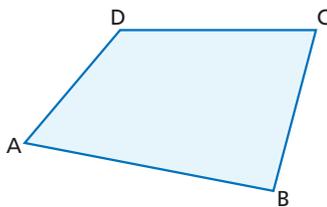
- 8** Per il punto medio H della corda AB della circonferenza di centro O , traccia il diametro CD (in modo tale che l'arco \widehat{ADB} sia minore dell'arco \widehat{ACB}). Dal punto D traccia una corda DE che incontra AB in F . Dimostra che il quadrilatero $ECHF$ è inscritto in una circonferenza.
- 9** Un quadrilatero convesso $ABCD$ inscritto in una circonferenza ha i due angoli \hat{B} e \hat{D} opposti congruenti. Dimostra che:
 a) \hat{B} e \hat{D} sono angoli retti;
 b) $\hat{ACB} \cong \hat{ADB}$, $\hat{ACD} \cong \hat{ABD}$.
- 10** Disegna un angolo convesso $a\hat{O}b$. Internamente all'angolo segna un punto P e traccia le distanze PR e PQ dai lati dell'angolo. Dimostra che il quadrilatero $OQPR$ è inscritto in una circonferenza, di cui devi precisare il diametro.
- 11** In una semicirconferenza di diametro AB inscrivi un trapezio $ABCD$. Dimostra che il trapezio è isoscele e che la diagonale è perpendicolare al lato obliquo.
- 12** In un triangolo rettangolo ABC , avente per base l'ipotenusa BC , traccia l'altezza AH . Da H manda le perpendicolari ai cateti indicando con E l'intersezione con AB e con D l'intersezione con AC . Dimostra che:
 a) A, E, H, D sono punti di una stessa circonferenza;
 b) il quadrilatero $EBCD$ è inscritto in una circonferenza.
- 13** Nel triangolo ABC , inscritto in una circonferenza, traccia la corda BE perpendicolare al lato AC , la corda CF perpendicolare al lato AB e la corda AD perpendicolare al lato BC . Dimostra che C è punto medio dell'arco \widehat{ED} , come pure B è medio di \widehat{FD} e A è medio di \widehat{EF} . (Suggerimento. Considera gli angoli \hat{DFC} e \hat{CFE} rispettivamente congruenti a \hat{CAD} e \hat{CBE} .)
- 14** Considerato il triangolo rettangolo EFC , di ipotenusa EF , traccia l'altezza CA , il punto medio D di EC e il punto medio B di FC . Dimostra che $ABCD$ è inscritto in una circonferenza, di cui devi specificare centro e raggio.
- 15** Dato il quadrilatero $ABCD$, traccia le bisettrici dei suoi angoli e indica con L, M, N, P i loro punti d'incontro. Dimostra che $LMNP$ è un quadrilatero inscritto in una circonferenza.
- 16** Dimostra che, in ogni trapezio circoscritto a una circonferenza di centro O , i due triangoli che si ottengono congiungendo il punto O con gli estremi dei lati obliqui sono rettangoli.
- 17** Dimostra che, in un trapezio isoscele circoscritto a una semicirconferenza, il lato obliquo è congruente alla metà della base maggiore.
- 18** Disegna un triangolo rettangolo ABC , avente la base nell'ipotenusa AB . Puntando il compasso in A , riporta su AB un segmento $AD \cong AC$. Dal punto D conduci la perpendicolare ad AB , che incontra BC in E e il prolungamento di AC in F . Dimostra che:
 a) AE è bisettrice dell'angolo \hat{A} ;
 b) $CD \parallel BF$;
 c) il trapezio $CFBD$ è isoscele;
 d) il trapezio $CFBD$ è inscritto in una circonferenza.
- 19** Considera una corda EF in una circonferenza e il punto medio M dell'arco \widehat{EF} (minore). Da M traccia una corda MA , che interseca EF in D e una corda MB , che interseca EF in C . Dimostra che il quadrilatero $ABCD$ è inscritto in una circonferenza. (Suggerimento. Congiungi A con F , F con M e considera gli angoli \hat{MAF} ed \hat{EFM} $MFAB$ è inscritto nella circonferenza. Dimostra che $\hat{MFA} \cong \hat{CDA}$.)

Proprietà geometriche e misure

20 Considera i seguenti quadrilateri e indica quale di essi è inscrittibile in una circonferenza.



21 **COMPLETA** in modo che il quadrilatero $ABCD$ sia inscrittibile e circoscrittibile.



AB	BC	CD	DA	\hat{A}	\hat{B}	\hat{C}	\hat{D}
30 cm	...	17 cm	21 cm	96°	104°
15 cm	$\frac{4}{3}AB$...	27 cm	...	108°	...	115°
...	$\frac{5}{6}CD$	$3AD$	38 cm	...	110°	72°	...
...	124 cm	70 cm	$\frac{3}{10}CD$...	$\frac{2}{3}\hat{D}$	$\frac{1}{3}\hat{A}$...