

ESERCIZI IN PIÙ

ESERCIZI DI FINE CAPITOLO

Risolvi le seguenti equazioni nell'incognita x .

- 1** $(2x^2 - 3)(4x + 1) + 2x^2 = (2x - 1)(2x - 5) - 9$ $\left[-\frac{1}{2}\right]$
- 2** $12x^4 - 49x^3 + 74x^2 - 49x + 12 = 0$ $\left[1; \frac{3}{4}; \frac{4}{3}\right]$
- 3** $(x^2 - 3a^2)(x^2 + 3a^2) - 6a^2x^2 = (x^2 - 2a^2)(a^2 - 3x^2) - 10a^4$ $\left[\pm\sqrt{3}a; \pm\frac{1}{2}a\right]$
- 4** $(3x^2 - 10)^5 = 32$ $[\pm 2]$
- 5** $108x^4 - 30\sqrt{3}x^2 + 6 = 0$ $\left[\pm\frac{\sqrt[4]{108}}{6}; \pm\frac{\sqrt[4]{3}}{3}\right]$
- 6** $\sqrt{2}(x^4 - 1) = 3x(x^2 - 1)$ $\left[\pm 1; \frac{\sqrt{2}}{2}; \sqrt{2}\right]$
- 7** $\frac{x^3 - 1}{x - 2} - \frac{2x^2 - 3}{x + 2} = \frac{4 - 7x^2 - 2x}{4 - x^2}$ [impossibile]
- 8** $x^4(x^2 - a^2)(x^2 + a^2) - 16b^4(a^2 - x^2)(a^2 + x^2) = 0$ ($b \neq 0$) $[\pm a]$
- 9** $\frac{4x^3 - 1}{3x - 1} - \frac{x^3 + 3}{3x + 1} = \frac{12x - 5x^3 - 19x^2}{1 - 9x^2}$ $[\pm\sqrt{2}]$
- 10** $(9x^2 + \sqrt{2})(4x^2 - 3\sqrt{2}) = 2(\sqrt{2}x^2 - 7)$ $\left[\pm\frac{\sqrt[4]{2}}{2}; \pm\frac{2}{3}\sqrt[4]{2}\right]$
- 11** $(6x^2 - 4)^3 - 485x^3 = 8x^2(36 - 54x^2)$ $\left[-\frac{1}{2}; \frac{4}{3}\right]$
- 12** $2x(1 - 27x^2) - (8x^3 - 3)(3x - 8) = x - 77x^2$ $\left[2; \frac{1}{2}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{3}\right]$
- 13** $(2x^2 - 3)(3x^2 + 2) - 11x = (x - 13x^2)(x + 2) + 20x^2$ $\left[\pm 1; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{2}\right]$
- 14** $2x^3 + (\sqrt{2} - 6)x = 6 - (\sqrt{2} + 2)x^2$ $\left[-1; -\frac{3}{2}\sqrt{2}; \sqrt{2}\right]$
- 15** $(2x^2 - \sqrt{3})(2x^2 + 2\sqrt{2}) - 5\sqrt{2}x^2 = \sqrt{3}(2x^2 - 3\sqrt{2})$ $\left[\pm\sqrt[4]{3}; \pm\frac{\sqrt[4]{2}}{2}\right]$

Risolvi le seguenti equazioni irrazionali.

- 16** $\sqrt{(x - 3)\left(x - \frac{7}{5}\right)} = \frac{2x - 3}{4} + \frac{9x - 5}{6} + \frac{25}{12}$ $\left[\frac{1}{2}\right]$
- 17** $\sqrt{2\left(\frac{1}{4}x - \frac{3}{4}\right)(x - 1)} = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ $[-1; 3]$

- 18 $\sqrt{x-1} = 2 - \sqrt{2x+1}$ [10 - 4\sqrt{5}]
- 19 $\sqrt{4x^2-7} = (x-1)(x+1)$ [-2; -\sqrt{2}; \sqrt{2}; 2]
- 20 $\frac{3x-7}{\sqrt{3x^2-7}} + \sqrt{3}x = \sqrt{3x^2-7}$ \left[\frac{5}{3}\right]

Risolvi i seguenti sistemi di secondo grado nelle incognite x, y e z (dove compare).

- 21 $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x^2 + y^2 = 2x - 2y \end{cases}$ \left[(2; 0), \left(\frac{4}{5}; -\frac{12}{5}\right)\right]
- 22 $\begin{cases} x + y = 2 \\ (x-2)^2 + 2xy = \frac{3}{2} \end{cases}$ \left[\left(\frac{\sqrt{10}}{2}; \frac{4-\sqrt{10}}{2}\right), \left(-\frac{\sqrt{10}}{2}; \frac{4+\sqrt{10}}{2}\right)\right]
- 23 $\begin{cases} \frac{1}{2}x - y + \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sqrt{2}(y+2)(y-2) = 3x - 4\sqrt{2} \end{cases}$ \left[\left(2\sqrt{2} - \sqrt{6}; \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}\right), \left(2\sqrt{2} + \sqrt{6}; \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}\right)\right]

- 24 $\begin{cases} x - y = -b \\ \frac{y^2}{ab} - \frac{y}{a} - \frac{2x}{b} = 0 \end{cases}$ [(0; b), (2a - b; 2a)]
- 27 $\begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{1-x}{y} - \frac{y}{x-1} = \frac{5}{2} \end{cases}$ [(1; 0) non accettabile]
- 25 $\begin{cases} x^2 + y^2 - ax - by = 0 \\ bx + ay = ab \end{cases}$ [(a; 0), (0; b)]
- 28 $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ y - z + 1 = 0 \\ y^2 + yz - x = 0 \end{cases}$ \left[(1; -1; 0), \left(0; -\frac{1}{2}; +\frac{1}{2}\right)\right]
- 26 $\begin{cases} x - y = 2 \\ \frac{2}{y} + \frac{3}{x} = 3 \end{cases}$ \left[(3; 1), \left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)\right]
- 29 $\begin{cases} x + z = 3 \\ y = 5 + z \\ x^2 + y^2 + 2xy = 4 \end{cases}$ [impossibile]

Risolvi i seguenti sistemi simmetrici di secondo grado nelle incognite x e y .

- 30 $\begin{cases} 2xy = 5 \\ x + y = \frac{7}{2} \end{cases}$ \left[\left(\frac{5}{2}; 1\right), \left(1; \frac{5}{2}\right)\right]
- 32 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5a^2 - 2a + 1 \\ x + y = 3a - 1 \end{cases}$ [(2a; a - 1), (a - 1; 2a)]
- 31 $\begin{cases} x + y = 4\sqrt{3} \\ x^2 + y^2 = 30 \end{cases}$ [(\sqrt{3}; 3\sqrt{3}), (3\sqrt{3}; \sqrt{3})]
- 33 $\begin{cases} abx + a = b - aby \\ xy = -\frac{1}{ab} \end{cases}$ (ab \neq 0)
\left[\left(\frac{1}{a}; -\frac{1}{b}\right), \left(-\frac{1}{b}; \frac{1}{a}\right)\right]

Problemi

- 34 Pensa un numero; elevalo alla quarta potenza e poi sottrai 1. Raddoppia il tutto. Se aggiungi il numero che hai pensato, ottieni il cubo dello stesso numero. Qual è questo numero? Ne esiste uno solo? [1; -1]

- 35** Determina due numeri naturali sapendo che il loro rapporto è $\frac{4}{5}$ e la somma dei loro quadrati è 369. [12; 15]
- 36** In un triangolo rettangolo l'area misura $18a^2$ e un cateto supera l'altro di $5a$. Determina la misura dei due cateti. [4a; 9a]
- 37** Il perimetro di un rettangolo è $30a$ e la diagonale è lunga $5a\sqrt{5}$. Calcola l'area di un quadrato avente il lato di lunghezza uguale ai $\frac{3}{2}$ della lunghezza del lato maggiore del rettangolo. [225a²]
- 38** L'area di un rombo è 28 cm^2 e il lato è $\frac{\sqrt{113}}{2}\text{ cm}$. Calcola il perimetro di un trapezio isoscele avente il lato obliquo di 10 cm e le due basi congruenti alle diagonali del rombo. [35 cm]
- 39** Se dividi gli anni di Andrea per quelli di Francesco, ottieni 2 come quoziente e 1 come resto; se invece dividi i quadrati dei loro anni, ottieni 4 come quoziente e 25 come resto. Quanti anni hanno, rispettivamente, Andrea e Francesco? [13 e 6]
- 40** Determina le coordinate del punto intersezione della parabola $y = 2x^2 + 4x - 2$ con la retta parallela all'asse della parabola passante per il punto $P(-2; 6)$. [(-2; -2)]
- 41** Scrivi l'equazione della retta che interseca la parabola $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$ nei due punti di ascissa 0 e 3. [4y - 3x + 4 = 0]
- 42** È data la parabola di equazione $y = -x^2 - 2x + 3$. Dopo aver determinato le equazioni delle rette a essa tangenti uscenti dal punto $C(-1; 8)$, trova le coordinate dei punti di intersezione A e B delle tangenti con l'asse x . Calcola l'area del triangolo ABC . [$y = 4x + 12, y = -4x + 4; \text{area} = 16$]
- 43** Calcola il perimetro del rettangolo avente area uguale ad a e diagonale uguale a d . [$2\sqrt{d^2 + 2a}$]
- 44** Anna e Luca possiedono delle biglie. Anna ne possiede più di Luca. Sapendo che la differenza tra i numeri di biglie possedute dai due bambini è 2 e il prodotto è 80, trova il numero di biglie di Anna. [10]
- 45** La somma delle radici quadrate di due numeri è 3; il rapporto fra la somma dei due numeri e la radice quadrata del loro prodotto è 2. Quali sono i due numeri? [$\frac{9}{4}; \frac{9}{4}$]
- 46** Un ciclista parte da Pesaro per andare verso Ancona e, nello stesso istante, parte un motociclista che va da Ancona verso Pesaro, seguendo la stessa strada. L'incontro fra il ciclista e il motociclista avviene dopo mezz'ora dalla partenza. Il ciclista arriva ad Ancona un'ora e mezzo dopo che il motociclista è arrivato a Pesaro. Determina le velocità medie di entrambi, sapendo che la distanza tra Pesaro e Ancona è di 65 km. [ciclista = 30 km/h, motociclista = 100 km/h]