ESERCIZI IN PIÙ

ESERCIZI DI FINE CAPITOLO

Risolvi le seguenti disequazioni nell'incognita x.

1 $\frac{1}{6}(1-x)-\frac{2\left(-\frac{1}{3}\right)+3x^2}{3}+\frac{1}{3}\left(-\frac{2}{3}+3x\right)>0$ $\left[-\frac{1}{6}<x<1\right]$

2 $\frac{x}{5}(1-x)-\frac{4}{5}\left(x^2+\frac{3}{16}\right)+\frac{x-\frac{5}{16}-\frac{1}{3}x}{\frac{1}{3}}<0$ $\left[x<\frac{3}{4}\vee x>\frac{29}{20}\right]$

3 $x^2-\frac{6bx}{7}+\frac{9b^2}{49}<0$ $[\nexists\, x\in\mathbb{R}]$

4 $5kx-6-k^2x^2<0$ $\left[k=0, \forall\, x\in\mathbb{R}; k<0, x<\frac{3}{k}\vee x>\frac{2}{k}; k>0, x<\frac{2}{k}\vee x>\frac{3}{k}\right]$

5 $x^2+2ax+a^2-1>0$ $[x<-a-1\vee x>1-a]$

6 $(x-k^2)(x+k^2)+2x+1\geq 0$ $[x\leq -1-k^2\vee x\geq k^2-1]$

Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

7 $\begin{cases}\dfrac{3x^2+5x-2}{x-1}\geq 0\\ x^4-9x^2<0\end{cases}$ $\left[-2\leq x<0\vee 0<x\leq\frac{1}{3}\vee 1<x<3\right]$

8 $\begin{cases}\dfrac{x^2-5x+8}{2x-1}>0\\ (x-2)^4(x^2+x-2)>0\\ 9x\geq x^2\end{cases}$ $[1<x<2\vee 2<x\leq 9]$

Risolvi le seguenti equazioni irrazionali.

9 $\sqrt{4x^2+11x-3}=2x+5$ $[\nexists\, x\in\mathbb{R}]$

10 $3-x^2+\sqrt{x^4-3x^2-4}=0$ $\left[\pm\sqrt{\frac{13}{3}}\right]$

11 $\sqrt{(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})+\frac{5}{4}x-\frac{1}{2}}=x-\frac{1}{2}$ $\left[\frac{5}{3}\right]$

12 $\sqrt{2x^2+(8x+1)^2}=\sqrt{56x^2+13x+5}$ $\left[\frac{1}{2}; -\frac{4}{5}\right]$

13 Determina per quali valori del parametro k la seguente equazione in x ha soluzione maggiore o uguale a 1: $(k^2 - 2)x + k^2 - 1 = 0$.

$$\left[-\sqrt{2} < k \leq -\sqrt{\frac{3}{2}} \vee \sqrt{\frac{3}{2}} \leq k < \sqrt{2}\right]$$

14 Un triangolo isoscele ha il lato obliquo la cui misura è soluzione dell'equazione in x

$$\frac{x+1}{k-1} - \frac{x-1}{k+1} = \frac{k+1}{k-1},$$

e la misura della sua base è soluzione dell'equazione in x

$$3(x - k) + 2kx + 5 = 2(kx + 1).$$

Stabilisci per quali valori di k tale triangolo esiste. $[k > 1]$

15 Data l'equazione parametrica

$$(k^2 + 4)x^2 + 2\sqrt{3}kx + k^2 - 1 = 0,$$

determina i valori di k affinché:

a) il prodotto delle radici dell'equazione sia positivo;
b) la somma delle radici dell'equazione sia negativa.

$[\text{a)}\ -\sqrt{2} \leq k < -1 \vee 1 < k \leq \sqrt{2}; \text{b)}\ 0 < k \leq \sqrt{2}]$

16 Trova i valori di k affinché l'equazione di secondo grado $(2k + 3)x^2 - (k + 4)x + 1 = 0$ ammetta:

a) due soluzioni positive;
b) due soluzioni negative;
c) due soluzioni discordi.

$$\left[\text{a)}\ k > -\frac{3}{2}; \text{b)}\ \nexists k \in \mathbb{R}; \text{c)}\ k < -\frac{3}{2}\right]$$