

ESERCIZI IN PIÙ

LE PROPOSIZIONI COMPOSTE

Nei seguenti esercizi, dopo aver attribuito il valore di verità alle proposizioni semplici, attribuisce il valore di verità alle proposizioni indicate.

1 A: «Il rombo è un quadrato»;
 B: «Il rombo è un quadrilatero»;
 C: «Il rombo è un parallelogramma».

$$\begin{array}{l} A \vee B \wedge C; \quad A \wedge B \vee C; \quad \overline{B} \leftrightarrow C; \quad \overline{A} \leftrightarrow B; \\ \overline{A \vee B} \wedge C; \quad \overline{A} \vee \overline{B} \wedge \overline{C}; \quad A \vee \overline{B} \wedge C; \quad A \rightarrow \overline{B}. \end{array}$$

2 A: «4 è la metà di 10»;
 B: «4 è divisore di 10»;
 C: «m.c.m.(4, 10) = 2».

$$\begin{array}{l} A \dot{\vee} \overline{B}; \quad A \leftrightarrow C; \quad B \wedge \overline{C}; \\ \overline{A} \vee \overline{C}; \quad \overline{A} \dot{\vee} \overline{C}; \quad \overline{A} \dot{\vee} C; \quad A \leftrightarrow B; \\ A \wedge (B \dot{\vee} C); \quad (A \wedge B) \rightarrow C; \quad (A \wedge B) \leftrightarrow (A \wedge C). \end{array}$$

3 A: «15 è un multiplo di 5»;
 B: «15 è un numero primo»;
 C: «15 è divisibile per 5».

$$\begin{array}{l} A \vee B; \quad A \rightarrow (B \vee C); \quad (A \vee C) \rightarrow B; \\ A \leftrightarrow C; \quad (A \wedge C) \rightarrow C; \quad (A \wedge C) \rightarrow B; \\ (A \wedge C) \rightarrow (B \wedge C); \quad A \dot{\vee} C; \quad B \dot{\vee} C. \end{array}$$

4 Una radio locale ha fissato un provino per assumere un nuovo DJ. Possono partecipare alla selezione i ragazzi che sono o celibi o che non hanno più di 25 anni e almeno diplomati. Schematizza la richiesta delle caratteristiche ed esamina la tavola di verità. Stabilisci se Luigi, ragioniere di 22 anni e sposato, e Carlo, laureato, celibe e ventiquattrenne, possono partecipare al provino.

[Luigi sì, Carlo no]

5 Considera le proposizioni

A: «Oggi piove»,
 B: «Oggi c'è il sole»,
 C: «Oggi vado al mare»,
 D: «Oggi vado in piscina».

Utilizzando le variabili logiche, i connettivi e le implicazioni adeguate, traduci le seguenti espressioni:

- «Oggi c'è il sole e io o vado al mare o vado in piscina»;
- «Oggi, sia che ci sia il sole sia che piova, vado in piscina e non vado al mare»;
- «Oggi, se piove vado in piscina, oppure se non piove vado al mare».

Per ciascuna delle espressioni logiche che hai trovato, stabilisci in quali casi risultano vere.

$$\begin{array}{l} \text{[a] } B \wedge (C \dot{\vee} D); \text{ b) } (B \vee A) \rightarrow (D \wedge \overline{C}); \\ \text{c) } (A \rightarrow D) \vee (\overline{A} \rightarrow C) \end{array}$$

Le proprietà dell'implicazione

6 Verifica che l'implicazione non gode della proprietà commutativa.

7 Verifica le seguenti proprietà dell'implicazione e della doppia implicazione. (Serviti delle tavole di verità.)

a) $A \rightarrow B = \overline{A} \vee B$.

b) $A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$.

8 ESERCIZIO GUIDA

Trasformiamo le seguenti espressioni, che contengono l'implicazione o la doppia implicazione, in espressioni che contengono soltanto la congiunzione o la disgiunzione di proposizioni semplici o delle loro negazioni.

a) $(A \wedge B) \rightarrow C$; b) $(A \vee B) \leftrightarrow C$.

a) $(A \wedge B) \rightarrow C =$

Esprimiamo l'implicazione mediante negazione e disgiunzione (vedi l'esercizio 7a):

$$= \overline{A \wedge B} \vee C =$$

Per la prima legge di De Morgan:

$$= (\overline{A} \vee \overline{B}) \vee C.$$

b) $(A \vee B) \leftrightarrow C =$

Esprimiamo la doppia implicazione mediante congiunzione di implicazioni (vedi l'esercizio 7b):

$$= [(A \vee B) \rightarrow C] \wedge [C \rightarrow (A \vee B)] =$$

Esprimiamo le implicazioni mediante negazioni e disgiunzioni (vedi l'esercizio 7a):

$$= [(\overline{A \vee B}) \vee C] \wedge [\overline{C} \vee (A \vee B)] =$$

Per la seconda legge di De Morgan:

$$= [(\overline{A} \wedge \overline{B}) \vee C] \wedge [\overline{C} \vee (A \vee B)].$$

Trasforma le seguenti espressioni contenenti implicazioni in espressioni contenenti soltanto la congiunzione o la disgiunzione di proposizioni semplici o delle loro negazioni.

9 $(A \vee B) \rightarrow C$

10 $(A \rightarrow B) \rightarrow C$

11 $\overline{A} \rightarrow (B \vee C)$

12 $(\overline{A} \vee \overline{B}) \rightarrow \overline{C}$

13 $A \leftrightarrow \overline{B}$

14 $\overline{A} \leftrightarrow B$

15 $\overline{A} \leftrightarrow (B \wedge \overline{C})$

16 $(A \leftrightarrow B) \rightarrow C$