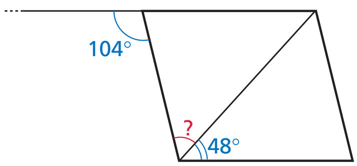
ESERCIZI IN PIÙ

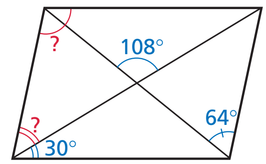
ESERCIZI DI FINE CAPITOLO

Nei seguenti parallelogrammi determina gli angoli indicati.

1

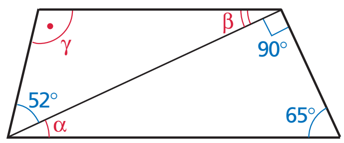


2

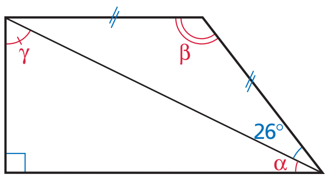


Utilizza le informazioni sui trapezi delle figure per determinare le misure delle ampiezze degli angoli indicati in rosso.

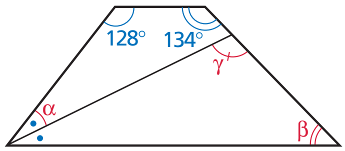
3



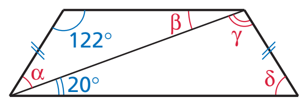
4



5



6



7 **TEST** Una sola fra le seguenti affermazioni è *falsa*. Quale?

- **A** «Le diagonali di un quadrilatero si tagliano scambievolmente a metà» è condizione sufficiente affinché il quadrilatero sia un parallelogramma.
- **B** «Gli angoli opposti di un quadrilatero sono congruenti» è condizione sufficiente affinché il quadrilatero sia un parallelogramma.
- **C** «Le diagonali sono congruenti» è condizione necessaria affinché un parallelogramma sia un rettangolo.
- **D** «Le diagonali sono perpendicolari» è condizione necessaria affinché un parallelogramma sia un rombo.
- **E** «Gli angoli adiacenti a uno stesso lato sono supplementari» è condizione sufficiente affinché un quadrilatero sia un parallelogramma.

8 **TEST** Una sola fra le seguenti affermazioni è *falsa*. Quale?

- **A** Un parallelogramma ha i lati a due a due congruenti.
- **B** Puoi considerare un parallelogramma come la parte di piano comune a due strisce.
- **C** Due lati consecutivi di un rettangolo sono perpendicolari.
- **D** Il punto d'incontro delle diagonali di un rettangolo è equidistante dai lati.
- **E** Il quadrato è un rombo con le diagonali congruenti.

9 **TEST** Le rette condotte dal punto d'incontro delle diagonali di un rettangolo, e perpendicolari ai lati del rettangolo, *non* individuano con i lati del rettangolo stesso:

- A quattro rettangoli congruenti.
- B segmenti congruenti ai lati del rettangolo.
- C i vertici di un quadrato.
- D le diagonali di un rombo.
- E i punti medi dei lati del rettangolo.

10 **TEST** Fra le seguenti affermazioni solo una è *falsa*. Quale?

- A L'insieme dei rombi è contenuto nell'insieme dei quadrilateri.
- B L'insieme dei parallelogrammi e l'insieme dei trapezi sono disgiunti.
- C L'insieme dei quadrati è l'intersezione dell'insieme dei rombi con l'insieme dei rettangoli.
- D L'unione dell'insieme dei trapezi con l'insieme dei parallelogrammi è l'insieme dei quadrilateri.
- E L'insieme dei parallelogrammi contiene l'insieme dei quadrati.

11 Di fianco a ognuna delle seguenti condizioni indica se è una condizione necessaria e non sufficiente (CN), sufficiente e non necessaria (CS) o necessaria e sufficiente (CNS) affinché un quadrilatero sia un parallelogramma.

a) Due angoli opposti siano congruenti.
b) Due lati siano paralleli e congruenti.
c) Il quadrilatero sia diviso da una diagonale in due triangoli congruenti.
d) Le diagonali si taglino scambievolmente a metà.
e) I lati siano a due a due congruenti.
f) Due angoli adiacenti allo stesso lato siano supplementari.

12 Nel parallelogramma $ABCD$ il lato BC è congruente alla diagonale BD.
Dimostra che l'angolo $\hat{C}$ è acuto.

13 Disegna un parallelogramma $ABCD$. Sia O il punto di intersezione delle diagonali AC e BD. Tira le bisettrici degli angoli $O\hat{A}D$ e $O\hat{C}B$, che intersecano BD rispettivamente in E e in F. Dimostra che $AFCE$ è un parallelogramma.

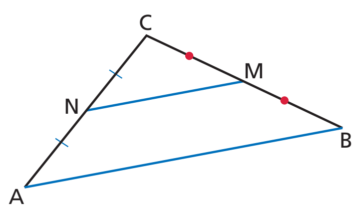
14 Di fianco a ognuna delle seguenti condizioni indica se è una condizione necessaria e non sufficiente (CN), sufficiente e non necessaria (CS), o necessaria e sufficiente (CNS) affinché un quadrilatero sia la figura indicata.

a) I lati siano congruenti; quadrato.
b) Gli angoli siano congruenti; rettangolo.
c) Le diagonali siano perpendicolari; rombo.
d) Le diagonali siano congruenti; rettangolo.
e) Le diagonali siano congruenti e perpendicolari; quadrato.
f) Una diagonale formi due triangoli isosceli; rombo.

15 **VERO O FALSO?**
Se A, P, Q, R, S, T sono rispettivamente l'insieme dei quadrilateri, parallelogrammi, quadrati, rettangoli, rombi, trapezi, allora:

a) $T \cup P = P$ V F
b) $Q \cap R = Q$ V F
c) $R \cap S = Q$ V F
d) $P \cup R = P$ V F
e) $Q \subset S$ V F
f) $A \cup T = T$ V F
g) $S \subset Q$ V F
h) $R \cup S = P$ V F
i) $A \cap Q = Q$ V F

16 Enuncia il teorema espresso dalla seguente figura e dalle relative ipotesi e tesi.



Ipotesi
1. $AN \cong NC$;
2. $AB \parallel MN$.

Tesi
$CM \cong MB$.

17 Ritaglia un pezzo di carta a forma di trapezio isoscele, avente i lati obliqui congruenti alla base maggiore, e poi piegalo in due lungo una qualsiasi delle sue diagonali. Vedrai che la base minore si trova sulla stessa linea di uno dei lati obliqui. Perché? Dimostralo per via geometrica.

18 Disegna un triangolo ABC e traccia per A, B, C le parallele ai lati opposti; indica con E, F, G i loro punti di intersezione. Dimostra che il triangolo EFG è formato da quattro triangoli congruenti ad ABC.

19 Disegna un parallelogramma $ABCD$ e prolunga il lato AD di un segmento DP in modo che il triangolo DCP sia isoscele sulla base PC, poi prolunga il lato AB di un segmento BS in modo che il triangolo CBS sia isoscele sulla base CS. Dimostra che P, C, S sono allineati.
(Suggerimento. Dimostra che $P\hat{C}S$ è piatto.)

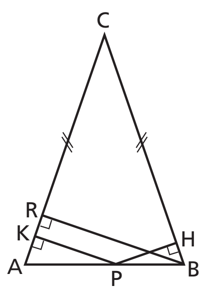
20 Dato un parallelogramma $ABCD$ traccia le diagonali AC e BD che si intersecano nel punto O. Sui segmenti AO, BO, CO, DO considera rispettivamente i punti E, F, G, H equidistanti da O. Dimostra che $EFGH$ è un rettangolo.

21 Disegna un triangolo isoscele ABC di base AB e traccia le bisettrici AD e BE degli angoli alla base, poi disegna le distanze DH ed EK dalla base AB. Dimostra che $DHKE$ è un rettangolo.

22 In un rettangolo $ABCD$ traccia le distanze AH e CK dalla diagonale DB e le distanze DR e BS dalla diagonale AC. Dimostra che $RKSH$ è un rettangolo.

23 Nel parallelogramma $ABCD$ l'angolo $\hat{A}$ misura 66°. Determina la misura degli altri angoli $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$. Traccia le bisettrici degli angoli del parallelogramma: esse si intersecano in E, F, G, H. Calcola la misura degli angoli interni del quadrilatero $EFGH$. Di che quadrilatero si tratta? Perché?

24



Con riferimento alla figura, sappiamo che:
Area ABC (isoscele) $= 1000$ cm^2; $AC = 50$ cm;
$BR \perp CA$;
$P \in AB$, $PK \perp AC$, $PH \perp BC$;
$PK = 30$ cm.
Determina PH.

[10 cm]

25 Nel parallelogramma $ABCD$ il lato AB è triplo del lato AD. Traccia l'altezza DH relativa al lato AB, quindi congiungi H col punto medio M del lato AD. Sapendo che $\overline{MH}$ misura 15 cm, calcola il perimetro di $ABCD$. Quindi traccia l'altezza BK relativa al lato DC. Congiungi K col punto medio R del lato BC, dimostra che $MHRK$ è un parallelogramma. [240 cm]

26 Dato un triangolo isoscele ABC di base AB, considera due punti E e F, rispettivamente su CA e CB, tali che $CE \cong CF$. Dimostra che $ABFE$ è un trapezio isoscele.

27 Dimostra che in un trapezio la somma delle diagonali è maggiore della somma delle basi.

28 Disegna un trapezio rettangolo $ABCD$ con il lato AD, perpendicolare alle basi, congruente alla base maggiore AB. Traccia per B la perpendicolare al lato obliquo BC e indica con E il punto di intersezione di questa con il prolungamento del lato AD. Dimostra che il triangolo BCE è isoscele.
(Suggerimento. Traccia $CH \perp AB$.)

29 Considera un triangolo isoscele e dal punto medio della base traccia le parallele ai lati. Dimostra che ottieni un rombo. Se il triangolo è rettangolo isoscele, che figura ottieni?

30 Disegna un triangolo ABC e indica con M il punto medio di AB. Traccia per il vertice C una retta r esterna al triangolo. Conduci dagli altri due vertici le perpendicolari AH e BK alla retta r. Dimostra che il triangolo HKM è isoscele:

a) tracciando per M la parallela s alla retta r;

b) tracciando per M la perpendicolare p alla retta r.

▶ *Caso particolare*: se la retta r è parallela ad AB, il triangolo AMH è equivalente alla metà di quale triangolo?

31 Disegna un trapezio $ABCD$ in cui la base minore CD è congruente a metà base maggiore AB. Prolunga i lati AD e BC e indica con E il loro punto di intersezione. L'altezza EH del triangolo ABE incontra DC nel punto M. Dimostra che $EM \cong MH$.

32 Nel triangolo ABC le mediane BM e CN sono congruenti. Dimostra che il triangolo ABC è isoscele.

33 Sia $ABCD$ un rettangolo di perimetro 102 cm. La lunghezza della base AB supera di 6 cm quella del doppio dell'altezza BC. Detto M il punto medio della base AB, calcola la distanza di M dalla diagonale AC.

$\left[\frac{90}{13}\text{ cm}\right]$

34 In un rombo la lunghezza della diagonale maggiore supera di 20 cm quella del doppio della diagonale minore. La somma delle lunghezze delle diagonali è 110 cm. Considera il quadrilatero ottenuto congiungendo i punti medi dei lati del rombo, dimostra la sua natura e determinane perimetro e area. [110 cm; 600 cm^2]

35 In un trapezio isoscele $ABCD$ la diagonale AC è perpendicolare al lato obliquo BC ed è i $\frac{4}{5}$ della base maggiore AB. Sapendo che la differenza delle basi è di 18 cm, calcola perimetro e area del trapezio.
Considera poi il quadrilatero ottenuto congiungendo i punti medi dei lati del trapezio, dimostra la sua natura e determinane area e perimetro. [62 cm, 192 cm^2; 96 cm^2, 40 cm]