ESERCIZI IN PIÙ
ESERCIZI DI FINE CAPITOLO

1 Nell'equazione parametrica $x^2 + (3k - 1)x - 3k = 0$ determina k in modo che le radici rappresentino le misure:
a) di base e altezza di un triangolo di area uguale a 6;
b) dei lati obliqui di un triangolo isoscele;
c) dei cateti di un triangolo rettangolo avente ipotenusa che misura $\sqrt{5}$.

$$\left[\text{a) } k = -4; \text{ b) } k = -\frac{1}{3}; \text{ c) } k = -\frac{2}{3}, k = +\frac{2}{3} \text{ non accettabile}\right]$$

2 Le soluzioni x_1 e x_2 dell'equazione parametrica $x^2 - (3k + 2)x + 5k + 1 = 0$ rappresentano le misure dei lati di un rettangolo. Determina k in modo che:
a) il suo perimetro sia 34;
b) la sua area sia 16;
c) il rettangolo sia un quadrato;
d) la sua diagonale misuri $\sqrt{13}$.

$$\left[\text{a) } k = 5; \text{ b) } k = 3; \text{ c) } k = 0, k = \frac{8}{9}; \text{ d) } k = 1, k = -\frac{11}{9} \text{ non accettabile}\right]$$

3 Le soluzioni dell'equazione parametrica $x^2 - (k + 2)x + 4k - 4 = 0$ sono le misure delle diagonali di un rombo. Determina k in modo che:
a) la sua area sia 20;
b) il rombo diventi un quadrato;
c) il suo perimetro sia $12\sqrt{2}$.

$$[\text{a) } k = 11; \text{ b) } k = 2, k = 10; \text{ c) } k = 10, k = -6 \text{ non accettabile}]$$

4 Le soluzioni dell'equazione parametrica $(k - 1)x^2 - 6kx + 27 = 0$, con $k \neq 1$, sono le misure delle basi di un trapezio avente l'altezza di misura 4. Determina k in modo che:
a) l'area del trapezio sia 14;
b) il trapezio risulti rettangolo con diagonale maggiore di misura $\sqrt{65}$;
c) il trapezio risulti isoscele con lato obliquo di misura 5.

$$\left[\text{a) } k = 7; \text{ b) } k = \frac{22}{7}; \text{ c) } k = 2\right]$$

5 Le soluzioni dell'equazione parametrica $x^2 - (3k + 2)x + 2k^2 + 5k - 3 = 0$ sono le misure di due lati di un triangolo di perimetro $3k + 6$. Determina:
a) la misura del terzo lato;
b) quali condizioni deve soddisfare k per essere un triangolo;
c) per quali valori di k il triangolo è isoscele;
d) per quali valori di k il triangolo è rettangolo.

$$\left[\text{a) } 4; \text{ b) } \frac{2}{3} < k < 8; \text{ c) } k = 1 \vee k = \frac{5}{2} \vee k = 4; \text{ d) } k = \frac{-1 + \sqrt{31}}{5} \vee k = \frac{5 + \sqrt{97}}{3} \vee k = 2 \vee k = \frac{4}{3}\right]$$

6 È data l'equazione $2x^2 - (2a - 3)x + a - 2 = 0$ nell'incognita x. Determina:
a) le soluzioni dell'equazione;
b) per quali valori di a le soluzioni sono una il doppio dell'altra;
c) per quali valori di a il prodotto delle soluzioni è uguale a 1.

$$\left[\text{a) } \frac{1}{2}, a - 2; \text{ b) } 3, \frac{9}{4}; \text{ c) } 4\right]$$

7 È data l'equazione $\dfrac{1}{x-3} - \dfrac{6}{x-a} = \dfrac{1}{x}$ nell'incognita x. Determina:

a) le soluzioni dell'equazione;
b) per quali valori di a una soluzione è uguale a 2;
c) per quali valori di a una soluzione è il reciproco dell'altra.

$\left[\text{a) } a = 0: \dfrac{7}{2};\ a = 3: \dfrac{1}{2};\ a \leq \dfrac{49}{8} \wedge a \neq 0 \wedge a \neq 3: \dfrac{7 \pm \sqrt{49-8a}}{4};\ \text{b) } a = 6;\ \text{c) } a = 2\right]$

8 È data l'equazione $x^2 - 3ax + 2(a^2 + ab - 2b^2) = 0$ nell'incognita x.
a) Per quali valori di a e b le soluzioni sono reali e coincidenti e quanto valgono in questo caso?
b) Per quali valori di a e b le soluzioni valgono 1 e 2?
c) Se $a = b + 1$ e una soluzione è nulla, quali sono i valori di a e b e dell'altra soluzione?

$\left[\text{a) } a = 4b: \dfrac{3a}{2} \text{ doppia; b) } (1; 0)\left(1; \dfrac{1}{2}\right);\ \text{c) } \left(\dfrac{2}{3}; -\dfrac{1}{3}\right); 2\right]$

9 È data l'equazione $\dfrac{x-a}{b} + \dfrac{b-x}{x+a} = \dfrac{3x(x-a)}{ab+bx}$ nell'incognita x.

Determina che relazioni intercorrono fra a e b quando:
a) l'equazione è spuria;
b) l'equazione è pura;
c) l'equazione ammette radici reali e coincidenti.
Determina inoltre le soluzioni dell'equazione.

$\left[\text{a) } b = \pm\, a \text{ (con } a \neq 0\text{); b) } b = 3a \text{ (con } a \neq 0\text{); c) } b = \dfrac{1}{3}a \text{ (con } a \neq 0\text{);}\right.$

$\left.\text{soluzioni: } b = 0\text{: priva di signif.; } b = 2a: \dfrac{3a}{2};\ b = -3a: 4a;\ b \neq 2a \wedge b \neq -3a: a - b, \dfrac{a+b}{2}\right]$

10 È data l'equazione $\dfrac{ax}{x+a} - \dfrac{bx}{x-b} = \dfrac{a^2+b}{x-b} - \dfrac{a^3+2ab+3ab^2}{(x+a)(x-b)} - \dfrac{3ab}{x+a}$ nell'incognita x.

Determina che relazioni intercorrono fra a e b quando:
a) le soluzioni sono opposte;
b) le soluzioni sono reciproche;
c) le soluzioni sono reali e coincidenti;
in tali casi determina i valori del parametro b e delle soluzioni nell'ipotesi di $a = 2$.

$\left[\text{a) } b = \dfrac{a^2}{a-1};\ b = 4: 2, -2 \text{ non accettabile; b) } b = \dfrac{a}{a+1};\ b = \dfrac{2}{3}: 2, \dfrac{1}{2};\ \text{c) } b = \dfrac{a^2}{a+1};\ b = \dfrac{4}{3}: 2, 2\right]$