

ESERCIZI IN PIÙ

LA SIMILITUDINE. LA CIRCONFERENZA E IL CERCHIO

- 1** Il raggio maggiore di una corona circolare è $i \frac{7}{3}$ del minore e si sa che la differenza fra $\frac{1}{4}$ del primo e $\frac{1}{3}$ del secondo è 3 cm. Calcola l'area della corona circolare e il rapporto fra il perimetro del triangolo equilatero inscritto nella circonferenza maggiore e il perimetro del quadrato circoscritto alla circonferenza minore. $\left[640\pi \text{ cm}^2; \frac{7\sqrt{3}}{8} \right]$
- 2** In un triangolo rettangolo, il cateto minore è $6a$. La somma del doppio della proiezione del cateto maggiore sull'ipotenusa con il triplo dell'altra proiezione è uguale a $23,6a$. Calcola il perimetro del triangolo e i raggi del cerchio inscritto e del cerchio circoscritto. $[24a; 2a; 5a]$
- 3** Data una semicirconferenza di diametro AB , traccia la retta tangente nel punto A e considera su questa, dalla parte della semicirconferenza, un segmento AD lungo 18 cm. Congiungi B con D e indica con C il punto intersezione di BD con la semicirconferenza. Sapendo che DC è lungo 10,8 cm, determina la lunghezza della semicirconferenza e l'area del semicerchio. $[12\pi \text{ cm}; 72\pi \text{ cm}^2]$
- 4** Inscrivi in una circonferenza di raggio $a\sqrt{3}$ un rettangolo di area $3a^2\sqrt{3}$. Determina il perimetro del rettangolo. $[2(\sqrt{3} + 3)a]$
- 5** In una circonferenza di centro O , considera una corda AB lunga $6a\sqrt{2}$ e, sul suo prolungamento dalla parte di B , un punto C tale che $\frac{AB}{BC} = 2\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$. Da C traccia una tangente alla circonferenza; siano D il punto di tangenza, E il punto di intersezione del raggio OD con la corda AB , H il piede della perpendicolare da O ad AB . Sapendo che DE è $a\sqrt{3}$, calcola:
 a) la lunghezza di CD ;
 b) l'area del triangolo DCE . $\left[a) 3a; b) \frac{3}{2}\sqrt{3}a^2 \right]$
- 6** Un triangolo rettangolo ha l'ipotenusa BC lunga $2a$ e il cateto AB lungo a . Dal vertice B traccia una semiretta, esterna al triangolo, che forma con BC un angolo di 60° , e dal vertice C traccia un'altra semiretta, sempre esterna al triangolo, che forma con AC un angolo di 120° , poi indica con E il loro punto di intersezione. Determina:
 a) il raggio della circonferenza inscritta in ABC ;
 b) l'area e il perimetro del quadrilatero $ABEC$;
 c) il rapporto tra le aree dei due triangoli in cui il quadrilatero viene diviso dalla diagonale BC .
 $\left[a) \frac{(\sqrt{3}-1)}{2}a; b) \frac{5}{2}a^2\sqrt{3}; (5+3\sqrt{3})a; c) \frac{1}{4} \right]$
- 7** In un triangolo equilatero di lato a determina sull'altezza relativa alla base un punto P tale che la somma delle sue distanze dai vertici del triangolo sia $\frac{\sqrt{27}}{2}a$.
 $[impossibile, soluzioni non accettabili]$
- 8** In una semicirconferenza di centro O e diametro AB lungo $2r$, considera una corda AD lunga r . Determina sulla retta AB un punto C tale che la sua distanza da A superi di $(3 - \sqrt{7})r$ la sua distanza da D .
 $[AC = 3r]$
- 9** Un quadrato, di lato 10 cm, viene suddiviso da una parallela a una diagonale in un triangolo e in un pentagono tali che il rapporto tra le loro aree è $\frac{2}{3}$. Calcola area e perimetro dei due poligoni.
 $[40 \text{ cm}^2; 60 \text{ cm}^2; 4\sqrt{5}(2 + \sqrt{2}) \text{ cm}; 40 + 4\sqrt{5}(\sqrt{2} - 2) \text{ cm}]$
- 10** Su una circonferenza di centro O e diametro AB lungo $2r$, determina un punto P tale che il trapezio che ha per lati il diametro e le tangenti alla circonferenza per A , per B e per P abbia perimetro uguale a $8r$. Trova la distanza di P dal diametro.
 $\left[\frac{2}{3}r \right]$

- 11** Nel trapezio rettangolo $ABCD$, la diagonale maggiore BD , bisettrice dell'angolo \hat{B} , forma con la base maggiore un angolo di 30° . Sapendo che il lato AD , perpendicolare alle basi, misura $3a\sqrt{7}$, determina su di esso un punto P tale che la sua distanza dal punto B sia in rapporto $\frac{\sqrt{7}}{2}$ con la sua distanza dal punto C . $[\overline{PD} = 2a\sqrt{7}]$
- 12** Considera una semicirconferenza di centro O e diametro AB lungo $2r$. Nel quarto di circonferenza \widehat{BC} , considera un punto P ; indica con Q la sua proiezione su OC e con E il punto di intersezione dei prolungamenti di AQ e di OP . Determina OQ e PQ in modo che il triangolo QPE abbia area pari a $\frac{1}{3}$ di quella del trapezio $AOPQ$. $[\frac{\sqrt{3}}{2}r; \frac{1}{2}r]$
- 13** Sul diametro AB , di lunghezza $2r$, di una circonferenza, determina due punti C e D tali che $AD : AC = 15 : 4$. Traccia per C e per D le corde EF e HK , perpendicolari al diametro. Determina AC in modo che il prodotto delle misure delle due corde sia uguale a $\frac{32}{45}\sqrt{3} \cdot \overline{AD}^2$. $[\frac{2}{5}r]$
- 14** In un rettangolo $ABCD$, la base AB è doppia dell'altezza BC e la diagonale AC è $5\sqrt{5}a$. Su questa diagonale fissa un punto P tale che i segmenti PC e PA risultino proporzionali ai numeri 4 e 1. Traccia per P la parallela all'altra diagonale, in modo che intersechi AB in Q e AD in R . Determina area e perimetro del pentagono $QBCDR$. $[46a^2; 2(12 + \sqrt{5})a]$
- 15** In un triangolo isoscele ABC , l'altezza AM è $\frac{6}{5}$ della base BC e la circonferenza a esso circoscritta è lunga $\frac{169}{6}\pi$ cm. Determina il perimetro del triangolo ABC . Dal punto M traccia il segmento MN parallelo al lato AB e calcola l'area del trapezio $ABMN$. $[72 \text{ cm}; 180 \text{ cm}^2]$
- 16** Disegna un triangolo ABC di base AB lunga $40a$, maggiore degli altri lati, e altezza CH lunga $12a$. Le proiezioni dei lati AC e BC su AB sono l'una $\frac{2}{3}$ dell'altra. Traccia per B la perpendicolare a BC , che interseca il prolungamento di CA nel punto E . Determina:
 a) il perimetro del triangolo ABC ;
 b) il raggio della circonferenza inscritta e quello della circonferenza circoscritta al triangolo ABE . $[a) 12(5 + \sqrt{5})a; b) 4(5 - \sqrt{5})a, 20\sqrt{5}a]$
- 17** Dato un angolo di vertice O e ampiezza 60° , considera su un suo lato il punto A , che dista $3a$ da O , e sull'altro il punto B , che dista a da O . Sulla bisettrice dell'angolo determina un punto P tale che la somma dei quadrati delle sue distanze da A e da B sia $\frac{62}{3}a^2$. $[\frac{8\sqrt{3}}{3}a]$
 Calcola la distanza del punto P da O .
- 18** Disegna un triangolo rettangolo ABC , rettangolo in A , e sul cateto AB fissa un punto E in modo che la semicirconferenza di diametro AE sia inscritta nel triangolo. Indica con O il centro della semicirconferenza e con F il punto di tangenza con l'ipotenusa BC . Sapendo che AE è $2r$ e che il perimetro del triangolo $OBFC$ è $r(3 + \sqrt{3})$, determina:
 a) il segmento EB ;
 b) il perimetro del triangolo ABC ;
 c) dopo aver dimostrato che il quadrilatero $AOFC$ è circoscrittibile a una circonferenza, calcola il raggio. $[a) r; b) 3r(1 + \sqrt{3}); c) \frac{3 - \sqrt{3}}{2}r]$
- 19** Disegna un triangolo equilatero ABC e sulla base AB scegli due punti P e Q . Traccia da P e da Q le perpendicolari ad AB che intersecano, rispettivamente, AC in N e BC in M , in modo che NM risulti perpendicolare a BC . Sapendo che il lato del triangolo ABC è l e che l'area del trapezio $PQMN$ è $\frac{1}{10}\sqrt{3}l^2$, determina la lunghezza di AP . $[(\frac{1}{6} \pm \frac{\sqrt{5}}{15})l]$
- 20** Data la semicirconferenza di centro O e diametro AB , traccia la tangente a essa in B . Conduci da A una semiretta che incontri in P la semicirconferenza e in T la tangente e tale che sia $\hat{BAP} = 60^\circ$. Detta H la proiezione di O su AP , determina la lunghezza del raggio in modo che valga la relazione $TB + AH = \frac{47}{2}a$. $[(4\sqrt{3} - 1)a]$