

# ESERCIZI IN PIÙ

## I SISTEMI LETTERALI INTERI

### 1 ESERCIZIO GUIDA

Discutiamo, senza risolverlo, il seguente sistema letterale nelle incognite  $x$  e  $y$  al variare del parametro  $a$  in  $\mathbb{R}$ :

$$\begin{cases} a(x - 2y - 1) + 2y + 1 = 0 \\ 4ax + (a - 1)(y - 2) = 0 \end{cases}$$

Riduciamo il sistema a forma normale:

$$\begin{cases} ax - 2ay - a + 2y + 1 = 0 \\ 4ax + (a - 1)(y - 2) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ax - 2ay + 2y = a - 1 \\ 4ax + (a - 1)y = 2(a - 1) \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} a x - 2(a - 1) y = a - 1 \\ 4a x + (a - 1) y = 2(a - 1) \end{cases}$$

Calcoliamo  $D$ :

$$D = \begin{vmatrix} a & -2(a - 1) \\ 4a & a - 1 \end{vmatrix} = a(a - 1) + 8a(a - 1) = 9a(a - 1).$$

Se  $D \neq 0 \rightarrow 9a(a - 1) \neq 0 \rightarrow a \neq 0 \wedge a \neq 1$ , il sistema è determinato.

Se  $D = 0$ , il sistema può essere impossibile o indeterminato.

Se  $a = 0$ , sostituendo si ha:

$$D_x = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = 1 + 4 = 5 \neq 0.$$

Essendo  $D = 0$  e  $D_x \neq 0$ , il sistema è impossibile.

Se  $a = 1$ , sostituendo si ha:

$$D_x = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0; \quad D_y = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Essendo  $D = D_x = D_y = 0$ , il sistema è indeterminato.

Discuti, senza risolverli, i seguenti sistemi letterali nelle incognite  $x$  e  $y$  al variare dei parametri in  $\mathbb{R}$ .

**2**  $\begin{cases} b(x + 3y - 1) + 2x = 0 \\ 2(b + 2)x = b(5 - y) \end{cases}$  [ $b = 0$ , indeterminato;  $b = -2$ , impossibile;  $b \neq 0 \wedge b \neq -2$ , determinato]

**3**  $\begin{cases} x + 3y = a \\ x - y = 2a - 3 \end{cases}$  [ $\forall a \in \mathbb{R}$ , determinato]

- 4  $\begin{cases} 2a(x+y) = -4a - y \\ a(x-1) + ay = 2x - 1 \end{cases}$   $\left[ a \neq -\frac{2}{3}, \text{determinato}; a = -\frac{2}{3}, \text{impossibile} \right]$
- 5  $\begin{cases} x - y = 2a \\ 2x + y = a \end{cases}$   $[\forall a \in \mathbb{R}, \text{determinato}]$
- 6  $\begin{cases} 2bx + 7b = y - 2by \\ b(x+y) = 7b + 3(2+x) \end{cases}$   $\left[ b \neq \frac{3}{7}, \text{determinato}; b = \frac{3}{7}, \text{indeterminato} \right]$
- 7  $\begin{cases} k^2x + 2k(x+y) + x = 3 + y \\ kx + 2(y-1) = 3x \end{cases}$   $\left[ k \neq \frac{1}{11}, \text{determinato}; k = \frac{1}{11}, \text{impossibile} \right]$
- 8  $\begin{cases} a^2(x+3y) - a(18y-1) = x - 27y \\ a(x+y-1) = 2 + 3y - x \end{cases}$   $[a \neq -1 \wedge a \neq 3 \wedge a \neq 4, \text{determinato}; a = -1 \vee a = 3 \vee a = 4, \text{impossibile}]$
- 9  $\begin{cases} (x+y)(1-x) + x^2 = a - xy \\ bx + ay = b^2 \end{cases}$   $[a \neq b, \text{determinato}; a = b, \text{indeterminato}]$
- 10  $\begin{cases} a(x+y) = y - 2a \\ b(1-x) = by + y \end{cases}$   $[a \neq -b, \text{determinato}; a \neq 0 \wedge a = -b, \text{impossibile}, a = b = 0, \text{indeterminato}]$