ESERCIZI IN PIÙ

ESERCIZI DI FINE CAPITOLO

1 Determina le parabole simmetriche rispetto all'asse x e all'asse y della parabola di equazione $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x$. Traccia i grafici delle tre parabole.

$\left[y = \frac{1}{2}x^2 + 2x; y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x\right]$

2 Trova l'equazione della parabola p passante per i punti $A(1; 0)$, $B(2; -1)$ e $C(0; 3)$.
Scrivi l'equazione della parabola simmetrica della parabola p rispetto all'origine.
Determina i punti simmetrici di quelli precedenti.

$[y = x^2 - 4x + 3; y = -x^2 - 4x - 3; A'(-1; 0), B'(-2; 1), C'(0; -3)]$

3 Applica la traslazione secondo un vettore parallelo all'asse x e lungo 4 alla parabola di equazione

$$y = -x^2 - 2x + 8.$$

Trova le intersezioni della retta $y = x + 4$ con le due parabole. $[y = -x^2 + 6x; (-4; 0), (1; 5), (4; 8)]$

4 Scrivi l'equazione della parabola p con l'asse coincidente con l'asse x, avente il vertice nell'origine e passante per il punto $P(4; 2)$.
Ricava l'equazione della parabola che si ottiene traslando quella precedente secondo il vettore $\vec{v}(3; 2)$. Trova l'intersezione fra le due parabole.

$\left[x = y^2; x = y^2 - 4y + 7; \left(\frac{49}{16}; \frac{7}{4}\right)\right]$

5 Data la parabola p, con asse parallelo all'asse y, passante per i punti $P(1; -2)$, $Q(-1; 0)$ e $R\left(0; -\frac{5}{4}\right)$, determina l'equazione di p e della sua simmetrica rispetto all'asse x.
Traccia i grafici delle due parabole ed evidenzia i tre punti P, Q, R e i loro simmetrici P', Q', R'.

$\left[y = \frac{1}{4}x^2 - x - \frac{5}{4}; y = -\frac{1}{4}x^2 + x + \frac{5}{4}\right]$

6 Determina l'equazione della parabola p, con asse parallelo all'asse y, sapendo che ha il vertice sull'asse y e passa per i punti $M(1; -2)$ e $N(2; 4)$.
Applica a p la traslazione secondo un vettore parallelo all'asse x e lungo 2, poi trova le coordinate degli eventuali punti di intersezione fra le due parabole.

$[y = 2x^2 - 4; y = 2x^2 - 8x + 4; (1; -2)]$

7 Disegna nel piano cartesiano la retta r di equazione $y = x + 1$ e la parabola p di equazione $y = x^2 + x$. Trasla la parabola p di un vettore $\vec{v}(3; 1)$, ottenendo la parabola p'. Determina le coordinate dei punti di intersezione della retta r rispettivamente con la parabola p e con la parabola p', evidenziando nel grafico i punti trovati.

$[(-1; 0); (1; 2); (3 - \sqrt{3}; 4 - \sqrt{3}); (3 + \sqrt{3}; 4 + \sqrt{3})]$

8 Scrivi l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y, con il vertice nell'origine degli assi e passante per il punto $P(2; 4)$. Applica alla parabola la traslazione secondo il vettore $\vec{v}(2; -1)$. Calcola le coordinate dei punti di intersezione fra le due parabole.

$\left[y = x^2; y = x^2 - 4x + 3; \left(\frac{3}{4}; \frac{9}{16}\right)\right]$

9 Sono dati il triangolo di vertici $A(-3; 2)$, $B(6; 0)$ e $C(0; 5)$ e il vettore $\vec{v}(4; 3)$. Traslando ABC del vettore $\vec{v}$ ottieni il triangolo $A'B'C'$. Qual è la trasformazione inversa, ossia quella che fa corrispondere ad $A'B'C'$ il triangolo ABC? Scrivine le equazioni.

10 Trova la corrispondente r' della retta r di equazione $2x - 3y + 7 = 0$ nella simmetria di asse $y = +\frac{1}{2}$. Determina poi la retta r'' corrispondente di r' nella simmetria di asse $y = -2$. In quale trasformazione si corrispondono le rette r e r'? Scrivine le equazioni e commenta il risultato.

11 Nella simmetria di asse $x = 0$, al parallelogramma di vertici $A(-5; 2)$, $B(0; 2)$, $C(3; 5)$ e $D(-2; 5)$ corrisponde il parallelogramma $A'B'C'D'$. Indica con $A''B''C''D''$ il corrispondente di $A'B'C'D'$ nella simmetria di asse $y = 0$. Scrivi le equazioni della isometria che associa ad $ABCD$ direttamente $A''B''C''D''$. Se esegui le due simmetrie assiali in ordine inverso, ottieni lo stesso risultato? Verifica la tua risposta.

12 Determina le equazioni della trasformazione ottenuta componendo la traslazione di vettore $\vec{v}\left(1; -\frac{1}{2}\right)$ con la simmetria di asse $y = 2$. Applica tale trasformazione al triangolo di vertici $A(-5; 2)$, $B(0; 2)$ e $C(-2; 4)$ e verifica che non si mantiene il verso di percorrenza dei vertici.