ESERCIZI IN PIÙ
LE CONICHE

La parabola

Nei seguenti esercizi tutte le parabole hanno l'asse parallelo all'asse y.

1 Scrivi l'equazione della parabola con il vertice sull'asse y e passante per i punti $M\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right)$ e $N(-1; 2)$.
$[y = x^2 + 1]$

2 Determina l'equazione della parabola con il vertice nel punto $V\left(-1; -\frac{3}{4}\right)$ e passante per il punto $P\left(0; -\frac{5}{12}\right)$.
$\left[y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{5}{12}\right]$

3 Calcola il coefficiente b della parabola di equazione $y = x^2 + bx + 12$, sapendo che, incontrando la retta di equazione $y = 5$, forma una corda di lunghezza 6.
$[b_1 = -8, b_2 = 8]$

4 Scrivi le equazioni delle parabole con la direttrice di equazione $y = -\frac{1}{4}$ e passanti per i punti $M(2; 0)$ e $N(0; 4)$.
$\left[y = x^2 - 4x + 4; y = \frac{5}{4}x^2 - \frac{9}{2}x + 4\right]$

5 Determina l'equazione della parabola passante per i punti $A(0; 4)$, $B(-1; 1)$ e $C(1; 9)$ e disegnane il grafico.
$\left[y = x^2 + 4x + 4\right]$

6 Scrivi l'equazione della parabola di vertice $V\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$ e passante per l'origine. $[y = -x^2 + x]$

7 Data l'equazione $y = kx^2 + (2k - 1)x + 2$, determina per quali valori di k tale equazione rappresenta una parabola:
a) che ha per asse di simmetria l'asse y;
b) avente il vertice di ascissa $-\frac{1}{2}$;
c) che passa per il punto $P(-1; 5)$;
d) con concavità rivolta verso il basso.

$\left[\text{a) } k = \frac{1}{2}; \text{b) } k = 1; \text{c) } k = -2; \text{d) } k < 0\right]$

8 Data la parabola di equazione $y = x^2 - 4x$ e la retta di equazione $x + y + 2 = 0$, stabilisci se hanno dei punti di intersezione e, in caso affermativo, determina la lunghezza della corda che la parabola stacca sulla retta.
$[(1; -3), (2; -4); \sqrt{2}]$

9 Scrivi le equazioni della retta passante per i punti $S(2; 1)$ e $T\left(3; -\frac{1}{2}\right)$ e della parabola che passa per il punto di intersezione della retta con l'asse y e che ha il vertice nel punto d'intersezione della retta con l'asse x.
$\left[y = -\frac{3}{2}x + 4; y = \frac{9}{16}x^2 - 3x + 4\right]$

10 Dette M e N le intersezioni della parabola p di equazione $y = x^2 - \frac{3}{2}x - 1$ con l'asse x, determina un punto C appartenente a p tale che l'area del triangolo MNC valga $\frac{35}{8}$.
$\left[M\left(-\frac{1}{2}; 0\right), N(2; 0), C_1\left(3; \frac{7}{2}\right), C_2\left(-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)\right]$

La circonferenza

11 Determina l'equazione della circonferenza con centro $C\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ e passante per $P(6; -1)$.
$[x^2 + y^2 + 3x - y - 56 = 0]$

12 Trova l'equazione della circonferenza di raggio 2 avente centro nel punto di intersezione delle rette $x + 2y - 2 = 0$ e $3x - 2y = 6$.
$[x^2 + y^2 - 4x = 0]$

13 Due circonferenze sono concentriche. Una ha equazione $4x^2 + 4y^2 - 6x + 8y - 23 = 0$, l'altra passa per $P\left(\frac{7}{4}; -2\right)$. Determina l'equazione della seconda circonferenza.
$[16x^2 + 16y^2 - 24x + 32y - 7 = 0]$

14 Determina l'equazione della circonferenza avente per diametro il segmento di estremi $(-3; 1)$ e $(2; 5)$.
$[x^2 + y^2 + x - 6y - 1 = 0]$

15 Scrivi l'equazione della circonferenza avente per diametro il segmento individuato dagli assi coordinati sulla retta di equazione $5x - y + 6 = 0$. Verifica se la circonferenza passa per l'origine. Questo risultato era prevedibile?
$[5x^2 + 5y^2 + 6x - 30y = 0$; sì$]$

16 Determina l'equazione della circonferenza avente per diametro il segmento ottenuto congiungendo i punti medi dei lati $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ del triangolo ABC, essendo $A(3; 5)$, $B(-5; -1)$, $C(4; 3)$.
$[2x^2 + 2y^2 - 5x - 12y + 9 = 0]$

17 Stabilisci se i punti $P\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$ e $Q(-1; -1)$ appartengono alla circonferenza di equazione
$x^2 + y^2 - 3x + 2y - 3 = 0.$
[no; sì]

18 Verifica che i punti $A(3; 1)$ e $B(1; -5)$ non appartengono alla circonferenza $x^2 + y^2 - 4x = 0$. Sono interni o esterni alla circonferenza? Fornisci la risposta senza disegnare la figura. (Suggerimento. Se un punto è interno la sua distanza dal centro è minore del ...)

19 Scrivi l'equazione della circonferenza che ha il centro sulla retta $2x - y = 5$ e passa per i punti A e B in cui la retta $x - y + 2 = 0$ interseca gli assi cartesiani.
$[3x^2 + 3y^2 - 10x + 10y - 32 = 0]$

20 Disegna il triangolo avente per vertici i punti $A(1; 3)$, $B(-3; 3)$ e il punto C di intersezione della bisettrice del secondo e quarto quadrante con la retta $x - y - 2 = 0$. Determina l'equazione della circonferenza circoscritta al triangolo.
$[x^2 + y^2 + 2x - 2y - 6 = 0]$

L'ellisse

21 Scrivi l'equazione dell'ellisse avente un vertice in $(0; -3)$ e semiasse sull'asse x di misura $2\sqrt{3}$.
$[9x^2 + 12y^2 = 108]$

22 Trova l'equazione dell'ellisse avente due dei suoi vertici nei punti di intersezione della retta $x - 3y + 9 = 0$ con gli assi cartesiani.
$\left[\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{9} = 1\right]$

23 Scrivi l'equazione dell'ellisse avente un vertice nel punto $(-3; 0)$ e passante per $\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}; -2\right)$.
$[8x^2 + 9y^2 = 72]$

24 Data l'ellisse di equazione $x^2 + 4y^2 = 49$, determina la lunghezza della corda individuata sulla retta di equazione $x - 4y + 7 = 0$.
$\left[\frac{14}{5}\sqrt{17}\right]$

25 Data l'ellisse di equazione $x^2 + 4y^2 = 16$, trova la lunghezza della corda individuata sulla retta di equazione $x - 2y + 4 = 0$.
$[2\sqrt{5}]$

26 Il rettangolo di vertici $(-4; 2)$, $(4; 2)$, $(4; -2)$, $(-4; -2)$ è circoscritto a un'ellisse; determinane l'equazione.
$[x^2 + 4y^2 = 16]$

27 Scrivi l'equazione dell'ellisse avente due vertici nei punti in cui la circonferenza di equazione $4x^2 + 4y^2 = 9$ interseca l'asse y e passante per il punto in cui la retta di equazione $2x + 4y - 5 = 0$ interseca l'asse x.
$[36x^2 + 100y^2 = 225]$

28 Determina l'area del triangolo inscritto nell'ellisse di equazione $9x^2 + 16y^2 = 36$, sapendo che due vertici del triangolo hanno ascissa $\frac{2}{3}$ e il terzo è il vertice dell'ellisse sul semiasse negativo delle x.
$\left[\frac{8\sqrt{2}}{3}\right]$

29 Determina perimetro e area del rettangolo inscritto nell'ellisse di equazione $4x^2 + 25y^2 = 100$ avente due vertici sulla retta di equazione $5y - 6 = 0$.
$\left[2p = \frac{104}{5}; A = \frac{96}{5}\right]$

30 Scrivi l'equazione della circonferenza con centro l'origine e raggio uguale a 3 e quella dell'ellisse passante per $A(5; 0)$ e $B\left(-4; \frac{9}{5}\right)$. Determina poi i punti di intersezione delle due curve e trova la lunghezza della corda che la retta $x = 3$ individua sull'ellisse.
$\left[x^2 + y^2 = 9; \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1; (0; 3), (0; -3); \frac{24}{5}\right]$

L'iperbole

31 Scrivi l'equazione dell'iperbole avente un fuoco in $(-5; 0)$ e un asintoto di equazione $y = \sqrt{\frac{2}{3}}x$.
$[2x^2 - 3y^2 = 30]$

32 Trova l'equazione dell'iperbole avente un fuoco in $\left(\frac{5}{3}; 0\right)$ e un asintoto di equazione $3x + 4y = 0$.
$\left[\frac{9}{16}x^2 - y^2 = 1\right]$

33 Determina l'equazione dell'iperbole di eccentricità $\frac{5}{4}$ e avente un fuoco nel punto $(-5; 0)$. $\left[\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1\right]$

34 Scrivi l'equazione dell'iperbole avente un vertice e un fuoco rispettivamente in $(5; 0)$ e $(-6; 0)$.
$\left[\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{11} = 1\right]$

35 Scrivi l'equazione dell'iperbole avente un vertice in $(-6; 0)$ e un asintoto di equazione $2x + 3y = 0$.
$[4x^2 - 9y^2 = 144]$

36 Scrivi l'equazione dell'iperbole avente un fuoco nel punto $(-\sqrt{7}; 0)$ e passante per $(2\sqrt{2}; -\sqrt{3})$.
$[3x^2 - 4y^2 = 12]$

37 Se gli asintoti di un'iperbole hanno equazioni $y = +\frac{3}{5}x$ e $y = -\frac{3}{5}x$ quanto vale l'eccentricità della curva?
$\left[\frac{\sqrt{34}}{5}\right]$

38 Un'iperbole equilatera, riferita agli asintoti, ha un vertice nel punto $A(6; -6)$. Determina la sua equazione e rappresentala graficamente. $[xy = -36]$

39 Scrivi l'equazione dell'iperbole equilatera, riferita agli asintoti, passante per $(-2; -8)$ e, dopo aver calcolato le coordinate dei suoi vertici, rappresentala graficamente. $[xy = 16; (-4; -4), (4; 4)]$

40 Trova l'equazione dell'iperbole equilatera, riferita agli asintoti, situata nel secondo e quarto quadrante e di vertici A_1 e A_2, sapendo che $\overline{A_1 A_2} = 6\sqrt{2}$. $[xy = -9]$