

ESERCIZI IN PIÙ

LE DISUGUAGLIANZE NEI TRIANGOLI

■ Il teorema dell'angolo esterno (maggiore)

- 1 Considera il triangolo ABC isoscele sulla base AB e un punto D sul prolungamento di CB dalla parte di B . Dimostra che $\widehat{CAB} > \widehat{BDA}$.
- 2 Disegna un triangolo ABC e un punto E interno al triangolo. Congiungi E con i vertici B e C . Dimostra che l'angolo \widehat{BEC} è maggiore dell'angolo \widehat{A} .
(Suggerimento. Congiungi A con E , poi prolunga il segmento AE fino a incontrare il lato BC nel punto F . Utilizza il teorema dell'angolo esterno maggiore prima nel triangolo AEC e poi nel triangolo AEB .)

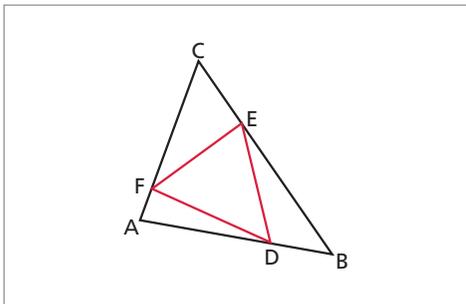
■ A lato maggiore si oppone angolo maggiore (e viceversa)

- 3 Disegna un triangolo isoscele sulla base AB . Scegli sul lato AC un punto E . Dimostra che il segmento BE è maggiore del segmento AE .
- 4 Dati i triangoli ABC e DEF con $AC \cong DE$, $\widehat{A} > \widehat{B}$ e $\widehat{F} > \widehat{D}$, dimostra che $BC > FE$.

■ Le relazioni fra i lati di un triangolo

5 COMPLETA

Nel triangolo ABC scegli a caso tre punti, D su AB , E su BC e F su AC . Dimostra che la somma dei lati del triangolo DEF è minore della somma dei lati del triangolo ABC .



Ipotesi ABC è un

Tesi $FD + \dots + ED < \dots + AC + \dots$

Dimostrazione

- Considera il triangolo ADF .
 $FD < \dots + \dots$, per il teorema del lato minore della somma degli altri due.

- Applica lo stesso teorema ai due triangoli DBE e CEF .
 $DE < \dots + \dots$
 $EF < \dots + \dots$
- Somma membro a membro le tre disuguaglianze:
 $FD + DE + \dots <$
 $< AD + \dots + \dots + BE + \dots + \dots$
- Applica nel secondo membro la proprietà commutativa dell'addizione in modo che due addendi consecutivi appartengano allo stesso segmento:
 $FD + DE + \dots <$
 $< AD + \dots + BE + \dots + \dots + \dots$
- Esegui la somma dei segmenti:
 $FD + DE + \dots < \dots + \dots + CA$,
per la proprietà associativa dell'addizione.

6 Dimostra che in ogni triangolo il doppio di un lato è sempre minore della somma dei tre lati.

7 Disegna un triangolo ABC di base AB e altezza CH . Dimostra che la somma dei tre lati del triangolo è maggiore del doppio dell'altezza CH .

8 Disegna un triangolo ABC e un punto F esterno al triangolo. Congiungi F con i vertici di ABC . Dimostra che $AB + BC + CA < 2(FA + FB + FC)$.

9 Dimostra che in ogni triangolo acutangolo la somma delle tre altezze è minore del perimetro e maggiore del semiperimetro.

Triangoli con due lati congruenti e l'angolo compreso disuguale

10 Il triangolo ABC , isoscele e acutangolo, ha il lato obliquo congruente a quello di un triangolo rettangolo isoscele $A'B'C'$. Dimostra che le basi di detti triangoli sono diverse. Si può eseguire la dimostrazione anche nel caso in cui il primo triangolo sia ottusangolo?

11 Disegna un triangolo ABC col lato $AB > AC$, e la mediana AM relativa al lato BC . Dimostra che l'angolo \widehat{AMB} è maggiore dell'angolo \widehat{AMC} .

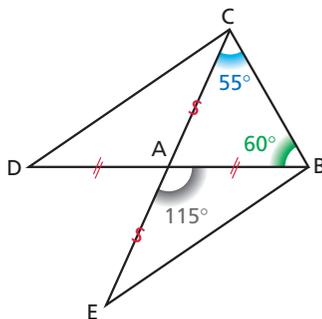
13 VERO O FALSO?

- a) Se due lati di un triangolo misurano 24 cm e 18 cm, il terzo lato deve essere maggiore di 6 cm. V F
- b) Se due lati di un triangolo misurano 24 cm e 18 cm, il terzo lato, al più, può misurare 42 cm. V F
- c) Se il perimetro di un triangolo è 44 cm, un suo lato può misurare 24 cm. V F

Proprietà geometriche e misure

12 VERO O FALSO?

Osserva la figura e indica se le relazioni fra i segmenti sono vere o false, motivando le risposte.



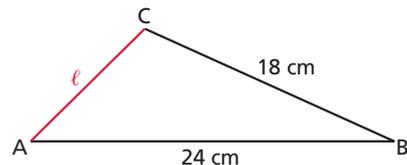
- a) $DC \cong EB$ V F
- b) $AD < AC$ V F
- c) $EB < CB$ V F
- d) $CB < DC$ V F
- e) $EB > AB - AC$ V F

14 VERO O FALSO?

Quali terne possono essere le lunghezze dei lati di un triangolo?

- a) 12 cm, 8 cm, 6 cm V F
- b) 10 cm, 4 cm, 3 cm V F
- c) 15 cm, 10 cm, 5 cm V F
- d) 24 cm, 32 cm, 12 cm V F

15 Osserva la figura.



Come deve essere scelto l perché il triangolo possa esistere?

16 Due lati di un triangolo sono lunghi 27 cm e 40 cm. Quale può essere la lunghezza massima del terzo lato?

17 Un triangolo ha il perimetro di 60 cm. Può avere due lati lunghi 18 cm e 31 cm?

18 Un triangolo ha il perimetro lungo 68 cm. Può avere un lato lungo 35 cm?