

ESERCIZI IN PIÙ

INSIEMI E PROBLEMI

■ Dai diagrammi alle parole

1 ESERCIZIO GUIDA

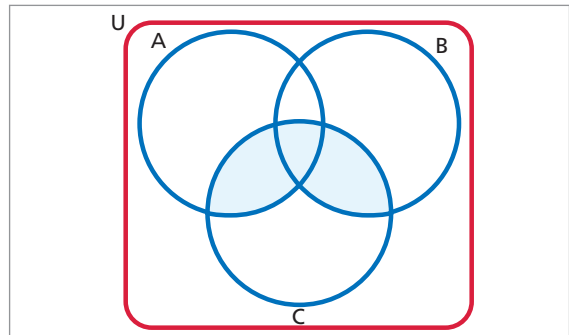
Nell'insieme universo U degli italiani consideriamo l'insieme A degli abitanti di Genova, l'insieme B dei giocatori di pallanuoto e l'insieme C di coloro dalla cui casa si vede il mare. Descriviamo a parole l'insieme colorato in figura.

L'insieme è il risultato di $(A \cup B) \cap C$.

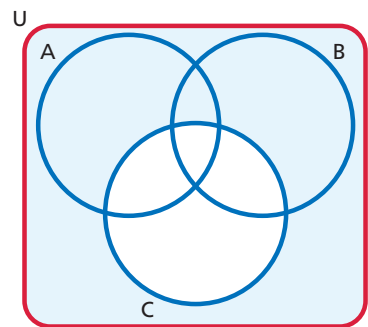
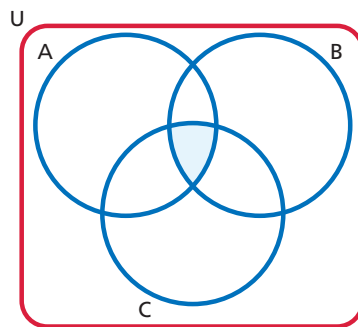
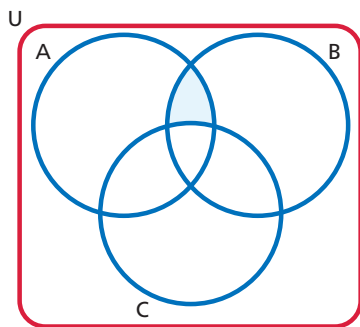
Per aiutarci a trovare la frase, rappresentiamo l'insieme mediante la caratteristica:

$\{x \text{ è italiano} \mid x \text{ è abitante di Genova o } x \text{ è un giocatore di pallanuoto e dalla casa di } x \text{ si vede il mare}\}$.

In parole: gli italiani che abitano a Genova oppure giocano a pallanuoto e dalla cui casa si vede il mare.

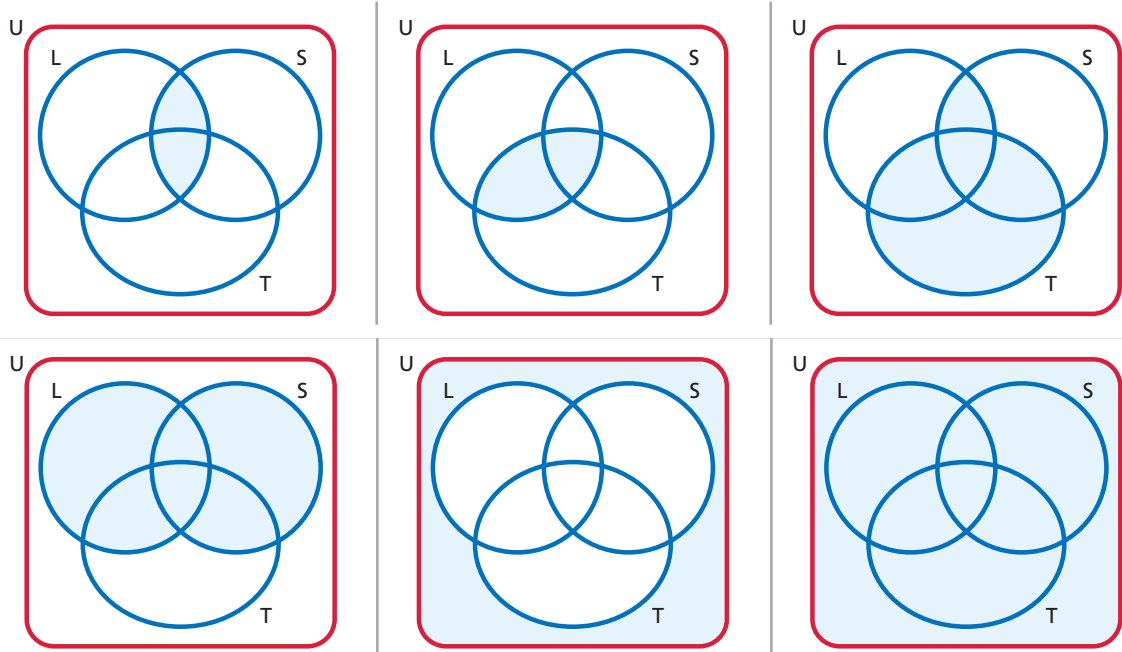


2 Facendo riferimento agli insiemi dell'esercizio guida, descrivi con una o più frasi l'insieme evidenziato in ogni diagramma.



3 Nell'insieme universo U dei ragazzi e ragazze italiani di età compresa fra 15 e 25 anni consideriamo i seguenti insiemi: $S = \{x \mid x \text{ è studente}\}$; $L = \{x \mid x \text{ è lavoratore}\}$; $T = \{x \mid x \text{ è giocatore di tennis}\}$.

Descrivi con una o più frasi l'insieme evidenziato in ogni diagramma.



■ Problemi

4 ESERCIZIO GUIDA

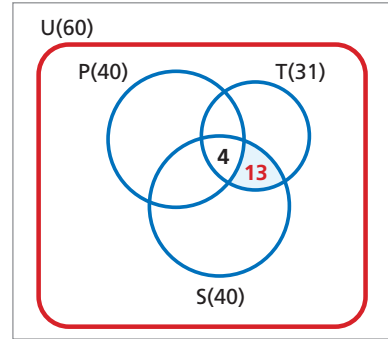
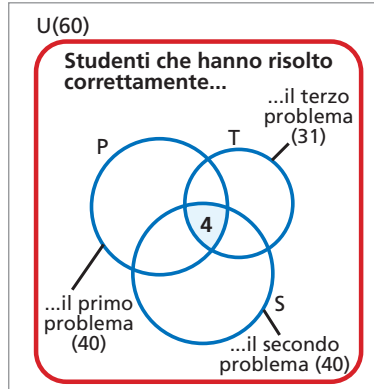
Una commissione esamina 60 studenti. Il compito di matematica è costituito da tre problemi. La tabella riporta i numeri relativi agli studenti che hanno risolto correttamente:

il primo problema	40
il secondo problema	40
il terzo problema	31
il primo e il secondo	25
il primo e il terzo	15
il secondo e il terzo	17
tutti i problemi	4

In base alle informazioni fornite, possiamo rispondere alle seguenti domande?

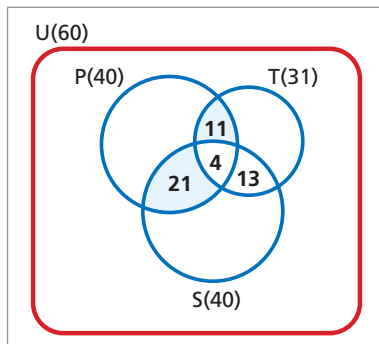
- Quanti studenti hanno risolto correttamente il secondo e il terzo problema, ma non il primo?
- Quanti hanno svolto correttamente solo il secondo problema?
- Quanti non hanno svolto correttamente alcun problema?

Per rispondere alle domande, disegniamo una partizione dell'insieme degli studenti e ricaviamo il numero degli elementi di ciascun insieme della partizione.

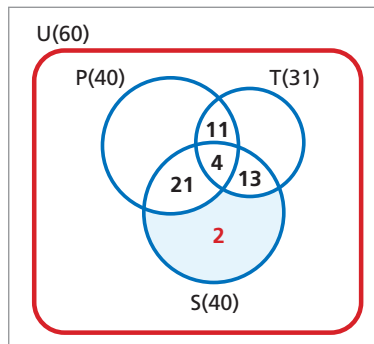


Dai dati vediamo che $(P \cap S) \cap T$ è formato da 4 elementi. Scriviamo il numero di elementi nella parte corrispondente del diagramma.

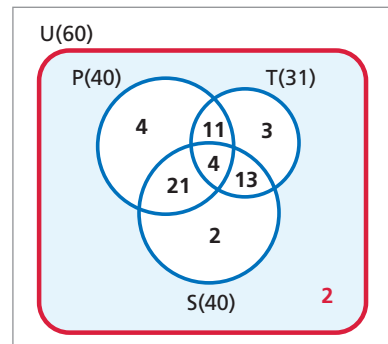
Se $S \cap T$ ha 17 elementi, allora l'insieme $(S \cap T) - (P \cap S \cap T)$, ossia l'intersezione tra S e T privata degli elementi dell'intersezione tra i tre insiemi, ha **13 elementi**. Questa è la **risposta alla domanda a)**.



In modo analogo, se $S \cap P$ ha 25 elementi, allora $(S \cap P) - (P \cap S \cap T)$ è formato da 21 elementi; l'insieme $(P \cap T) - (P \cap S \cap T)$ è formato da 11 elementi.



Gli studenti che hanno risolto solo il secondo problema sono $40 - (13 + 4 + 21) = 2$. Questa è la **risposta alla domanda b)**.



Fra i 60 studenti, coloro che non sono riusciti a risolvere alcun problema sono: $60 - (4 + 21 + 2 + 11 + 4 + 13 + 3) = 2$. Questa è la **risposta alla domanda c)**.

5 In una provincia ci sono 14 campeggi. Di essi 1 ha solo la piscina, 1 ha solo la piscina e il campo da tennis, 2 solo il tennis, 1 ha solo il tennis e il campo da calcio, 4 solo il campo da calcio, 2 solo il campo da calcio e la piscina. 2 campeggi non hanno nessuno di questi impianti. Cerca il numero dei campeggi che hanno: a) il campo da calcio; b) la piscina; c) il campo da tennis; d) almeno un impianto; e) solo un impianto; f) almeno due impianti. [a) 8; b) 5; c) 5; d) 12; e) 7; f) 5]

6 In un'indagine relativa alla conoscenza delle lingue straniere condotta su un gruppo di italiani si hanno i seguenti risultati:

NUMERO DELLE PERSONE	LINGUE CONOSCIUTE
76	inglese
56	francese
21	inglese e francese
12	né inglese né francese

- a) Quante sono le persone intervistate?
 b) Quante conoscono una sola lingua straniera?
 c) Quante solo l'inglese?
 d) E solo il francese?

[a) 123; b) 90; c) 55; d) 35]

7 Un'inchiesta condotta in un liceo ha fornito questi dati:

- il 30% degli alunni ama la matematica;
- il 60% ama la filosofia;
- il 20% ama sia la filosofia sia la matematica.

Calcola la percentuale di alunni che non ama né la matematica né la filosofia. [30%]

8 Chiama con C l'insieme delle coppie ordinate $(m; n)$ di numeri naturali che soddisfano l'uguaglianza $m \cdot n = 12$, e con D l'insieme delle coppie ordinate $(a; b)$ di numeri naturali che soddisfano $2a + b = 10$. Determina $C \cap D$. È possibile pensare all'insieme così trovato come al prodotto cartesiano di due sottoinsiemi di \mathbb{N} ?

[{(2; 6), (3; 4)}; no]

9 Indica con A l'insieme dei numeri naturali multipli di 3 e minori di 50, con B l'insieme dei numeri interi multipli di 2 e compresi fra -10 e 10 , con C l'insieme di numeri naturali dispari minori di 41. Determina $A \times (B \cap C)$. [⊗]

10 In una compagnia di 32 amici è stata fatta un'indagine sui tipi di pizza che preferiscono. Ciascun ragazzo ha indicato almeno una pizza. L'indagine ha i seguenti risultati:

- a 3 ragazzi piace sia la pizza «quattro stagioni», sia la «margherita», sia la «salsiccia e funghi»;
- a 8 ragazzi piace sia la «quattro stagioni» sia la «margherita»;
- a 4 ragazzi piace sia la «quattro stagioni» sia la «salsiccia e funghi»;
- i ragazzi a cui piace la «quattro stagioni» sono 16;
- a 6 ragazzi piace sia la «margherita» sia la «salsiccia e funghi»;
- a 2 ragazzi piace solo la «margherita».

Quanti sono i ragazzi a cui piace la «margherita» e quanti quelli a cui piace la «salsiccia e funghi»?

[13; 18]

11 Quale dei seguenti insiemi coincide con l'insieme vuoto?

- a) $\{\text{divisori di } 6\} \cap \{\text{multipli di } 6\}$;
 b) $\{m \mid m \in \mathbb{N}, \frac{2}{3}m = 7\} \cup \{\text{divisori di } 17\}$;
 c) l'insieme dei numeri primi dispari minori di 4;
 d) $\{\text{multipli di } 2\} \cap \{\text{multipli di } 3\}$;
 e) $\left\{m \mid m \in \mathbb{N}, \frac{3m-1}{3} = 5\right\}$;
 f) $\mathbb{N} \cap \{p \mid p \in \mathbb{Z}, 3p + 1 = 5\}$.

[b, e, f]

12 Nel periodo delle elezioni dei rappresentanti di classe, in una classe di 31 alunni si sono candidati 3 studenti: Anna, Camilla e Pietro. Ogni alunno della classe può votare anche più di un candidato. Allo spoglio dei voti risulta che:

- 2 schede sono bianche;
- non ci sono schede nulle;
- 2 schede indicano tutti e tre i nomi;
- 8 schede indicano solo Anna;
- 5 schede indicano solo Camilla;
- 2 schede indicano solo Anna e Camilla;
- 3 schede indicano solo Camilla e Pietro;
- 2 schede indicano solo Anna e Pietro.

Quanti hanno votato solo Pietro? E chi saranno i due rappresentanti di classe eletti?

[7; Anna e Pietro]

13 Considera l'insieme R dei punti di una retta r e l'insieme C dei punti di una circonferenza γ , appartenente allo stesso piano della retta. Come può risultare $R \cap C$? Come sono disposte nei corrispondenti casi la retta e la circonferenza? Detto C' l'insieme dei punti del cerchio interno alla circonferenza γ , come risulta $R \cap C'$ nei vari casi?