

LABORATORIO DI MATEMATICA

GLI INSIEMI, I NUMERI NATURALI E I NUMERI INTERI

■ I numeri naturali con Derive

IL COMANDO	SERVE PER
<i>Semplifica_Fattorizza</i>	scomporre in fattori primi un numero o un'espressione.
<i>Semplifica_Sviluppa</i>	svolgere i prodotti o espandere l'espressione.

LA FUNZIONE	RESTITUISCE	ESEMPIO
$GCD(n1, n2, \dots)$	il massimo comune divisore dei numeri posti fra parentesi. In inglese GCD sta per Great Common Divisor.	#1: $GCD(9, 6)$ #2: 3
$LCM(n1, n2, \dots)$	il minimo comune multiplo dei numeri posti fra parentesi. In inglese LCM sta per Less Common Multiple.	#1: $LCM(4, 6)$ #2: 12
$PRIME?(n)$	<i>true</i> (vero) se il numero n è primo, altrimenti <i>false</i> (falso).	#1: $PRIME?(8)$ #2: false
$IF(cond, espr1, espr2)$	<i>espr1</i> , se <i>cond</i> è vera, <i>espr2</i> , se <i>cond</i> è falsa. <i>espr1</i> ed <i>espr2</i> possono essere qualsiasi espressione compatibile per Derive. Se <i>espr1</i> e/o <i>espr2</i> sono dei messaggi, li scriviamo fra apici.	#1: $IF(GCD(35, 48) = 1, \text{"sono primi fra loro"}, \text{"non sono primi fra loro"})$ #2: sono primi fra loro
$SUM(espr, n, n1, n2, p)$	la somma dei valori di <i>espr</i> quando in essa sostituiamo i valori che n assume variando da $n1$ a $n2$ con incremento p .	#1: $SUM(n^2, n, 1, 5, 2)$ #2: 35
$VECTOR(espr, n, n1, n2, p)$	i valori di <i>espr</i> quando in essa sostituiamo i valori che n assume variando da $n1$ a $n2$ con incremento p .	#1: $VECTOR(n^2, n, 1, 5, 2)$ #2: [1, 9, 25]
$DIVISORS(n)$	tutti i divisori di n .	#1: $DIVISORS(35)$ #2: [1, 5, 7, 35]

IL COMANDO	FA SÌ CHE
<i>Opzioni_Modalità Input</i> Base: Binary	i numeri in ingresso siano a base due.
<i>Opzioni_Modalità Output</i> Base: Binary	i numeri in uscita siano a base due.
<i>Opzioni_Modalità Resetta tutto</i>	tutti i parametri ritornino ai valori di <i>default</i> .

ESERCITAZIONE GUIDATA

Troviamo il M.C.D. e il m.c.m. di 2250 e 1050.

Scomponiamo i due numeri in fattori primi

- Inseriamo il primo numero nella zona algebrica. Per ottenere la scomposizione in fattori primi usiamo il comando *Semplifica_Fattorizza*.
- Operiamo similmente per il secondo numero.

#1: 1050
#2: $2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$
#3: 2250
#4: $2 \cdot 3^2 \cdot 5^3$

Ricaviamo il massimo comune divisore

- Diamo il comando *Crea_Espressione* e digitiamo i fattori comuni con il minimo esponente. Con INVIO li inseriamo nella zona algebrica. Con il comando *Semplifica_Sviluppa* svolgiamo il prodotto e otteniamo il massimo comune divisore.

#5: $2 \cdot 3 \cdot 5^2$
#6: 150

Ricaviamo il minimo comune multiplo

- Operiamo similmente per ottenere il minimo comune multiplo, scegliendo i fattori comuni con il massimo esponente e i non comuni.

#7: $2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7$
#8: 15750

Applichiamo le funzioni di Derive

- Facciamo la verifica con le funzioni di Derive. Diamo *Crea_Espressione* e digitiamo $\text{GCD}(2250, 1050)$. Con INVIO otteniamo l'inserimento della funzione per il massimo comune divisore, che facciamo operare con il bottone *Semplifica_Base*.
- Procediamo similmente per la funzione che determina il minimo comune multiplo.

#9: $\text{GCD}(2250, 1050)$
#10: 150
#11: $\text{LCM}(2250, 1050)$
#12: 15750

Operiamo un'altra verifica

- Controlliamo i risultati sfruttando la proprietà che dice che dividendo il prodotto di due numeri per il loro massimo comune divisore otteniamo il loro minimo comune multiplo.

#13: $\frac{1050 \cdot 2250}{\text{GCD}(1050, 2250)}$
#14: 15750

Esercitazioni con Derive o con Wiris

- 1** Per verificare la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione, con Derive o con Wiris sostituisci alle lettere contenute nell'espressione $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ diversi numeri. Prova con:
- a) $a = 2, b = 10, c = 3$;
b) $a = 230, b = 100, c = 43$;
c) $a = 10^6, b = 1000^2, c = 3^{10}$.

- 2** Opera similmente all'esercizio 1 per verificare la proprietà distributiva della divisione rispetto all'addizione $(a + b) : c = a : c + b : c$. Prova con:
- a) $a = 64, b = 28, c = 8$;
b) $a = 48, b = 126, c = 6$;
c) $a = 10^2, b = 6^{10}, c = 2^2$.

Verifica le proprietà delle potenze controllando la validità o meno delle seguenti uguaglianze. Quando l'uguaglianza è falsa, correggi il secondo membro in modo da ottenere l'uguaglianza vera e verifica di nuovo.

3 $2^3 \cdot (2^6 : 2^3)^3 = 2^8?$

4 $(2^4 : 2)^2 : (2^2 : 2) = 2^3?$

5 $7^3 \cdot 7 \cdot 7^3 = 7^9?$

6 $\{[(7^3)^3 : 7^8]^2 \cdot 7\}^2 : 7^6 = 1?$

7 $11^5 \cdot 11 : 11^2 = 11^4?$

8 $[(3^3 : 3)^3 : 3^2]^2 = 3^9?$

9 $(-10)^6 : (-10^3) : (-10)^2 = 10?$

10 $\{[(5^4 : 5)^2 : 5^5]^2 \cdot 5\} : 5^3 = 5?$

11 Sul quaderno applica i criteri di divisibilità per 2, 3, 4, 5, 9, 11 ai seguenti numeri: 565, 692, 725, 781, 1143, 2342, poi opera con il computer la scomposizione in fattori e controlla i tuoi risultati.

12 I numeri triangolari sono: $T_1 = 1$, $T_2 = 1 + 2$, $T_3 = 1 + 2 + 3$, $T_4 = 1 + 2 + 3 + 4$, ... I numeri quadrati sono: $Q_1 = 1$, $Q_2 = 2^2$, $Q_3 = 3^2$, $Q_4 = 4^2$, ... Verifica con il computer la proprietà che dice che il numero quadrato di posto n è uguale alla somma del numero triangolare di posto n e di quello di posto $n - 1$, assegnando a n i valori 10, 32, 580.

13 Verifica con il computer le seguenti proprietà:
a) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$ sostituendo a n 12, poi 27, poi 112;
b) $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ sostituendo a n i valori che vanno da 1 a 10.

14 Dato un numero n , stabilisci con Derive o con Wiris il numero dei suoi divisori. Prova per esempio con 7, 600, 5040.

15 Tre rappresentanti di commercio di una medesima ditta partono contemporaneamente dalla sede e per completare il loro giro impiegano il primo 12 giorni, il secondo 30 giorni, il terzo g giorni. Con Derive o con Wiris stabilisci, per ogni valore di g da 1 a 30, il numero dei giorni che passano affinché si ritrovino tutti assieme nella località di partenza.

16 Sul quaderno trasforma i numeri 4, 45, 60 scritti in base dieci, scrivendoli in base due e poi verifica con Derive o con Wiris l'esattezza delle trasformazioni.

17 Sul quaderno svolgi le seguenti operazioni fra numeri in base dieci. Trasforma gli operandi in base due, svolgi le operazioni in questa base e trasforma il risultato in base dieci. Verifica il risultato con Derive o con Wiris.

- a) $(4 + 28) - 16$;
- b) $(32 - 8) : (100 - 88)$;
- c) $(16 + 24 + 64) - 128 : 256$;
- d) $81 : 27 - 125 : 25 + 5 - 4$.

18 Stabilisci se un numero dato n è quadrato o è triangolare. Prova con 120, 225, 1035.

19 Nella successione dei numeri di Fibonacci i primi due sono 1 e 1 e gli altri si ottengono ognuno come somma dei due che lo precedono. Trova:
a) il decimo numero e scomponilo in fattori primi;
b) se il ventesimo numero è primo;
c) i primi cinque numeri che sono primi;
d) il M.C.D. fra il sesto, il settimo e l'ottavo numero;
e) la somma dei primi dieci numeri;
f) il primo numero della successione, dopo 1, che è un quadrato perfetto.

(Suggerimento. Se usi Derive, utilizza la funzione FIBONACCI(n) che dato n restituisce l'ennesimo numero di Fibonacci.)

Risolvi i seguenti problemi con l'aiuto di Derive o di Wiris.

20 Trova e scrivi tutti i numeri primi compresi fra 500 e 550, applicando sia la scomposizione in fattori sia l'operatore che stabilisce la primalità di un numero nel programma che utilizzi.

- 21** Se i numeri p e $p + 2$ sono entrambi primi si dicono *primi gemelli*. Trova le eventuali coppie di primi gemelli comprese fra i numeri 100 e 157 e fra i numeri 2340 e 2571.
- 22** Un numero si dice *perfetto* se è uguale alla somma dei suoi divisori escluso il numero stesso. Per esempio, 6 è un numero perfetto. Infatti $6 = 1 + 2 + 3$. I numeri perfetti sono dati dalla formula:
- $$2^{p-1} \cdot (2^p - 1),$$
- dove p e $2^p - 1$ sono numeri primi. Trova con la formula qualche numero perfetto, poi controlla che goda della proprietà descritta.
- 23** Si dicono numeri amici quelle coppie di numeri naturali tali che la somma dei divisori dell'uno, escluso il numero stesso, è uguale all'altro e viceversa. Verifica che le seguenti coppie di numeri sono numeri amici: 220 e 284, 1184 e 1210.
- 24** Dato un numero n , stabilisci se appartiene alla successione di Fibonacci e, in caso affermativo, la sua posizione (indice) nella successione. Prova con 55, 6765, 10 945.
- 25** Sul quaderno trasforma i numeri 100, 1010, 11 110, scritti in base due, scrivendoli in base dieci e poi verifica con Wiris o con Derive.