

LABORATORIO DI MATEMATICA

LA SCOMPOSIZIONE IN FATTORI E LE FRAZIONI ALGEBRICHE

■ Le frazioni algebriche con Derive

Le procedure in Derive

Se assegniamo un nome a una espressione abbiamo il vantaggio di poterlo inserire al posto dell'espressione nelle operazioni che la coinvolgono e di determinare più comodamente i valori dell'espressione.

Per assegnare un nome a una espressione dobbiamo digitare nella riga di editazione delle espressioni: il nome scelto, le variabili dell'espressione fra parentesi tonde, il simbolo di assegnazione := (due punti uguale), l'espressione e immetterla nella zona algebrica.

Chiamiamo **procedura** o funzione di **Derive** l'insieme di *nome, variabili, simbolo di assegnazione ed espressione*.

Per applicare una procedura, dopo averla immessa nella zona algebrica, dobbiamo digitare il suo nome seguito fra parentesi dai dati numerici, che devono sostituire le variabili, immetterla nella zona algebrica e farla operare con uno dei comandi *Semplifica* o *Base* o *Sviluppa* o *Approssima*.

ESERCITAZIONE GUIDATA

Desideriamo calcolare le potenze del binomio $(ax + b)^n$, noti i coefficienti a e b e l'esponente n . Proviamo con $a = 2$, $b = -3$, $n = 4$.

Digitiamo per esempio la procedura BINOM(a, b, n) := (a * x + b) ^ n e con INVIO la inseriamo. La impostiamo nel caso proposto digitando BINOM(2, -3, 4). La facciamo operare con il comando *Semplifica_Sviluppa* ottenendo il risultato nell'etichetta #3.

$$\#1: \text{BINOM}(a, b, n) := (a \cdot x + b)^n$$

$$\#2: \text{BINOM}(2, -3, 4)$$

$$\#3: 16 \cdot x^4 - 96 \cdot x^3 + 216 \cdot x^2 - 216 \cdot x + 81$$

ESERCITAZIONE GUIDATA

Date le frazioni algebriche

$$\frac{a+1}{a^3 - 3 \cdot a^2 + 2 \cdot a}, \quad \frac{3}{a^2 - a - 2},$$

determiniamo la loro somma. Per verifica sostituiamo il valore $-\frac{3}{2}$ alla lettera a nelle due frazioni e nella somma, operiamo le semplificazioni e confrontiamo i risultati.

Diamo un nome alle due frazioni

• Assegniamo un nome alle due frazioni:
FRAZ1(a) := (a + 1)/(a^3 - 3 * a^2 + 2 * a) e poi
FRAZ2(a) := 3/(a^2 - a - 2) e le immettiamo nella zona algebrica.

$$\#1: \text{FRAZ1}(a) := \frac{a+1}{a^3 - 3 \cdot a^2 + 2 \cdot a}$$

$$\#2: \text{FRAZ2}(a) := \frac{3}{a^2 - a - 2}$$

Eseguiamo la loro somma

• Impostiamo la somma: FRAZ1(a) + FRAZ2(a) e la inseriamo nella zona algebrica. Per eseguirla diamo *Semplifica_Base* ottenendola in #4.

#3: FRAZ1(a) + FRAZ2(a)

#4:

$$\frac{4 \cdot a^2 - a + 1}{a \cdot (a - 1) \cdot (a^2 - a - 2)}$$

Ricaviamo i valori numerici

• Inseriamo FRAZ1(-3/2) in #5, sulla quale diamo *Semplifica_Base*, ottenendo in #6 il valore della prima frazione conseguente alla sostituzione numerica.

#5: FRAZ1 $\left(-\frac{3}{2}\right)$

#6:

$$\frac{4}{105}$$

• Inseriamo FRAZ2(-3/2) in #7, sulla quale diamo *Semplifica_Base*, ottenendo in #8 il valore della seconda frazione.

#7: FRAZ2 $\left(-\frac{3}{2}\right)$

#8:

$$\frac{12}{7}$$

Operiamo la somma

• Digitiamo 4/105 + 12/7 e operiamo la somma con *Semplifica_Sviluppa*.

#9: $\frac{4}{105} + \frac{12}{7}$

#10:

$$\frac{184}{105}$$

Sostituiamo il valore nella frazione somma

• Usiamo *Semplifica_Sostituisci Variabili* sull'etichetta #4, sostituiamo -3/2 ad a e con *Semplifica* otteniamo l'etichetta #11.

#11:

$$\frac{184}{105}$$

■ Esercitazioni con Derive o con Wiris

Scomponi in fattori i seguenti polinomi usando le diverse opzioni del comando *Semplifica_Fattorizza*, se usi Derive, indicando i vari insiemi numerici ai quali devono appartenere gli zeri dei polinomi, se usi Wiris.

1 $x^8 - 2x^7 - 8x^6 - 2x^5 + 5x^4 + 8x^3 + 14x^2 + 8x$

2 $6a^{11} - 32a^{10} + 69a^9 - 23a^8 + 6a^7 + 38a^6 - 63a^5 + 29a^4 - 4a^3$

Per ognuna delle seguenti frazioni, per mezzo della funzione VECTOR se usi Derive o per mezzo del comando RIPETERE..SINO_A_QUANDO se usi Wiris, realizza delle tabelle tali che contengano in ogni riga un valore della x, il corrispondente valore della frazione, la differenza fra i valori successivo e attuale della frazione. Scegli liberamente gli estremi di variazione e l'incremento della variabile x.

3 $\frac{2x - 1}{4x^2 - x - 3}$

4 $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 2x - 3}$

5 $\frac{2x^3 + 3x^2 - 14x - 15}{10x - 1}$

Assegna un nome alle seguenti frazioni algebriche, effettua su di esse le operazioni indicate, svolgi una verifica con una sostituzione numerica scelta da te. Determina quali condizioni devono soddisfare i numeri da sostituire alle lettere affinché le frazioni esistano.

6 $\frac{a}{a-2}, \frac{a-3}{a^3-3a^2+2a}.$

- Somma il quadrato della prima con la seconda.
- Sottrai dal cubo della prima il quoziente della seconda per la prima.
- Somma il cubo della prima con la reciproca della seconda.

7 $\frac{k^3-k^2+k-1}{k^2-4}, \frac{k^3-1}{k^4-4k^2}, \frac{k-2}{k}.$

- Somma i quozienti della prima per la seconda e della prima per la terza.
- Sottrai al prodotto della prima per la seconda il quadrato della terza.
- Dividi la somma della seconda e della terza per la prima.

8 $\frac{x+y}{x^2-3xy+2y^2}, \frac{x-2y}{x^2-y^2}, \frac{x-2y}{x-y}.$

- Somma i prodotti della prima per la seconda e della prima per la terza.
- Sottrai al prodotto della prima per la seconda la terza.
- Dividi la somma della seconda e della terza per il quadrato della prima.

Con il computer trova la somma delle seguenti frazioni operando passo a passo: trova il minimo comune denominatore, dividilo per ogni denominatore e moltiplica il risultato per il relativo numeratore, somma i numeratori e ricostruisci la frazione somma. Confronta il risultato con lo sviluppo diretto della somma.

9 $\frac{a}{a^3-1} + \frac{2}{3a^2+3a+3} \quad \left[\frac{5a-2}{3(a-1)(a^2+a+1)} \right]$

10 $\frac{k+3}{k-3} + \frac{k^2-51}{k^2+k-12} + \frac{2k}{k+4} \quad \left[\frac{4k+13}{k+4} \right]$

11 $\frac{x+1}{4x^2+8x-12} + \frac{9x-32}{54x^2-216x+162} + \frac{x^2+1}{18x^3-18x^2-162x+162} \quad \left[\frac{51x+89}{108(x-1)(x+3)} \right]$

12 $\frac{t-1}{-3t^3+12t^2-3t-18} + \frac{t+7}{6t^3-18t^2+6t-18} + \frac{t}{2t^3+2t^2+2t+2} \quad \left[\frac{2t^2-t+4}{6(t-2)(t^3+t^2+t+1)} \right]$