

LABORATORIO DI MATEMATICA

I NUMERI REALI E I RADICALI

■ I radicali con Derive o con Wiris

PER INSERIRE NELLA ZONA ALGEBRICA DI DERIVE	DOBBIAMO DIGITARE NELLA RIGA DI EDITAZIONE DELLE ESPRESSIONI
un radicale quadratico	SQRT (oppure fare clic sul simbolo $\sqrt{\quad}$ contenuto nella barra dei simboli matematici) e, di seguito, il radicando fra parentesi tonde; battere INVIO.
un radicale qualsiasi	il radicando posto fra parentesi tonde ed elevato (con il simbolo $^{\wedge}$) a un esponente che ha come numeratore l'esponente del radicando e come denominatore l'indice della radice; battere INVIO.

ESERCITAZIONE GUIDATA

- a) Con Derive o con Wiris semplifichiamo la seguente espressione irrazionale: $\frac{3 - \sqrt{7}}{4 + \sqrt{7}}$.
- b) Con l'aiuto di Derive stabiliamo qual è il maggiore fra i seguenti radicali: $\sqrt[3]{512}$, $\sqrt[4]{4521}$, $\sqrt[5]{34867}$.
- c) Ricaviamo sul quaderno il radicale z che rende valida la seguente uguaglianza:

$$\sqrt[5]{\frac{3}{2}} \cdot z \cdot \sqrt[5]{\frac{27}{4}} = \frac{3}{2}$$
 Con Derive o con Wiris eseguiamo la verifica.

Rispondiamo ai tre quesiti usando Derive.

Quesito a)

- Entriamo in ambiente Derive e digitiamo nella riga di editazione l'espressione: $(3 - \text{SQRT}(7))/(4 + \text{sqrt}(7))$ e con INVIO la immettiamo nella zona algebrica.

$$\#1: \frac{3 - \sqrt{7}}{4 + \sqrt{7}}$$

Semplifichiamo l'espressione irrazionale

- Usiamo di seguito sull'etichetta #1 tre sottocomandi di *Semplifica*: *Semplifica_Base*, *Semplifica_Fattorizza* e *Semplifica_Approssima* (gli ultimi due sono sostituibili dai bottoni equivalenti). Otteniamo i corrispondenti risultati rispettivamente nelle etichette #2, #3 e #4.

$$\begin{aligned} \#2: & \frac{19}{9} - \frac{7\sqrt{7}}{9} \\ \#3: & \frac{19 - 7\sqrt{7}}{3^2} \\ \#4: & 0.05330 \end{aligned}$$

Quesito b)

- Per inserire contemporaneamente i tre radicali dell'espressione b) li scriviamo fra parentesi quadre e separati da virgole.
- Nella linea di editazione delle espressioni digitiamo $[512^{1/3}, 4521^{1/4}, 34867^{1/5}]$. Con INVIO otteniamo l'etichetta #5.

$$\#5: \left[512^{\frac{1}{3}}, 4521^{\frac{1}{4}}, 34867^{\frac{1}{5}} \right]$$

Approssimiamo i radicali

• Diamo *Semplifica_Approssima* e otteniamo l'approssimazione dei tre radicali nell'etichetta #6. Questo permette di stabilire che il radicale maggiore è il secondo.

#6: $[8, 8.199, 8.099]$

Quesito c) usando Derive

Determiniamo sul quaderno il radicale z ottenendo

$$\sqrt[5]{\frac{3}{2^2}}.$$

Verifichiamo il risultato

- Inseriamo l'espressione nell'etichetta #7.
- Sostituiamo a z il radicale ricavato sul quaderno. Diamo *Semplifica_Sostituisci Variabili*; nel campo della sostituzione di z digitiamo: $(3/2^2)^{(1/5)}$ e con OK otteniamo l'etichetta #8.
- Con *Semplifica_Base* applicato all'etichetta #8 verifichiamo il risultato.

#7: $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot z \cdot \left(\frac{27}{4}\right)^{\frac{1}{5}}$

#8: $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot \left(\frac{3}{2^2}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot \left(\frac{27}{4}\right)^{\frac{1}{5}}$

#9: $\frac{3}{2}$

Rispondiamo ai quesiti a) e c) usando Wiris

- Entriamo in ambiente Wiris.
- Digitiamo l'espressione del punto a e usiamo su di essa gli operatori che vediamo in figura 1.
- Facciamo clic sul pulsante *Calcola*.
- Osserviamo i risultati per renderci conto di quale funzionalità dobbiamo attenderci dagli operatori del sistema sui radicali.
- Usiamo l'operatore *risolvere* sull'equazione del punto b (figura 2).
- Semplifichiamo l'espressione ottenuta sostituendo a z , nel primo membro dell'equazione, la soluzione dataci da Wiris. Per far ciò, usiamo opportunamente le combinazioni di tasti *ctrl-C* (copia) e *ctrl-V* (incolla).

$$\frac{3-\sqrt{7}}{4+\sqrt{7}} \rightarrow -\frac{7\sqrt{7}}{9} + \frac{19}{9}$$

$$\text{fattorizza} \left(\frac{3-\sqrt{7}}{4+\sqrt{7}} \right) \rightarrow \frac{1}{9} \cdot (-7\sqrt{7} + 19)$$

$$\text{semplificare_radicale} \left(\frac{3-\sqrt{7}}{4+\sqrt{7}} \right) \rightarrow -\frac{7\sqrt{7}}{9} + \frac{19}{9}$$

$$\text{razionalizzare} \left(\frac{3-\sqrt{7}}{4+\sqrt{7}} \right) \rightarrow -\frac{7\sqrt{7}}{9} + \frac{19}{9}$$

$$\frac{3-\sqrt{7}}{4+\sqrt{7}} \cdot 1.0 \rightarrow 0.053305$$

▲ Figura 1

$$\text{risolvere} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot z \cdot \sqrt{\frac{27}{4}} = \frac{3}{2} \right) \rightarrow \left\{ \left\{ z = \frac{\sqrt{324}}{108} \right\} \right\}$$

$$\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{\sqrt{324}}{108} \cdot \sqrt{\frac{27}{4}} \rightarrow \frac{3}{2}$$

► Figura 2

Esercitazioni con Derive o con Wiris

Semplifica le seguenti espressioni sul quaderno. Poi, con il computer, approssima sia l'espressione iniziale sia la sua semplificazione.

1 $(\sqrt{2} - 1)^2 + (\sqrt{3} - 4)(\sqrt{2} + 3)$
 $[-6\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + \sqrt{6} - 9 \approx -9,84]$

2 $\frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} - \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$ $[-\sqrt{2} - 9 \approx -10,41]$

$$3 \quad \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{3+\sqrt{3}} - \frac{1-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} \quad \left[\frac{2\sqrt{3}}{3} + 1 \approx 2,15 \right]$$

$$4 \quad (\sqrt[3]{2}-1)^3 - (\sqrt[3]{2}+1)^2 \quad [\sqrt[3]{2}-4\sqrt[3]{4} \approx -5,09]$$

Determina sul quaderno il radicale z che rende valida l'uguaglianza, poi verifica con il computer.

$$5 \quad \sqrt{125} \cdot z = 25 \quad [\sqrt{5}]$$

$$6 \quad \sqrt[4]{27} \cdot z = 3 \quad [\sqrt[4]{3}]$$

$$7 \quad \sqrt[5]{4} \cdot z \cdot \sqrt[5]{2} = 2 \quad [\sqrt[5]{4}]$$

$$8 \quad \sqrt[3]{9} \cdot z \cdot \sqrt[3]{3} = 3 \quad [1]$$

Stabilisci con il computer qual è il maggiore in ognuno dei seguenti gruppi di radicali.

$$9 \quad \sqrt[3]{8}, \sqrt[7]{128} \quad [\text{sono uguali}]$$

$$10 \quad \sqrt[3]{28}, \sqrt[5]{246}, \sqrt[6]{735} \quad [\text{il primo}]$$

$$11 \quad \sqrt[3]{2^8+1}, \sqrt[5]{21^3}, \sqrt[4]{75 \cdot 106} \quad [\text{il terzo}]$$

Verifica con il computer la proprietà invariante controllando le seguenti uguaglianze.

$$12 \quad \sqrt[5]{32} = \sqrt[10]{1024}$$

$$13 \quad \sqrt[4]{a^3} = \sqrt[8]{a^6}$$

$$14 \quad \sqrt[20]{b^5} = \sqrt[12]{b^3}$$

Svolgi le seguenti operazioni sul quaderno applicando i teoremi sui radicali. Esegui la verifica con il computer.

$$15 \quad \sqrt{5} \cdot \sqrt{7} \quad [\sqrt{35}]$$

$$16 \quad \sqrt[3]{75} : \sqrt[3]{45} \quad \left[\frac{\sqrt[3]{45}}{3} \right]$$

$$17 \quad \sqrt[3]{75} \cdot \sqrt[3]{45} \quad [15]$$

$$18 \quad \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{3} \quad [3\sqrt[12]{3}]$$

$$19 \quad (\sqrt{5})^3 \cdot (\sqrt[3]{2})^2 \quad [5\sqrt[6]{2000}]$$

$$20 \quad \sqrt[3]{\sqrt{2}} : \sqrt[6]{3} \quad \left[\frac{\sqrt[6]{486}}{3} \right]$$

Sul quaderno semplifica le seguenti espressioni razionali portando i fattori fuori dal segno di radice e sommando i radicali simili. Esegui poi la verifica con il computer.

$$21 \quad \sqrt{8} - 4\sqrt{2} + 6\sqrt{32} + 12\sqrt{128} \quad [118\sqrt{2}]$$

$$22 \quad 4\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{27} - 8\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{243} - \sqrt[3]{48} + 7\sqrt[3]{54} \quad [9\sqrt[3]{2} + 8\sqrt[3]{3}]$$

Semplifica con Derive o con Wiris le seguenti espressioni irrazionali, supponendo a e b positivi. Calcola i valori dell'espressione iniziale e dell'espressione semplificata, quando $a = 9$ e $b = 4$.

$$23 \quad \sqrt{a}(\sqrt{a} - \sqrt{b}) + 2(\sqrt{ab} - a) \quad [\sqrt{ab} - a; -3]$$

$$24 \quad \frac{3}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \quad \left[\frac{2(\sqrt{a} - 2\sqrt{b})}{a-b}; -\frac{2}{5} \right]$$

$$25 \quad \frac{1}{\sqrt[3]{3a} - \sqrt[3]{2b}} \quad [1]$$

Date le seguenti frazioni, con Derive o con Wiris scrivi il solo denominatore e moltiplicalo per il numero necessario a razionalizzarlo. Moltiplica poi il numeratore per lo stesso numero e ricostruisci la frazione razionalizzata.

$$26 \quad \frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} \quad [-\sqrt{2} - 2]$$

$$27 \quad \frac{4(\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{5} + 1} \quad [6 - 2\sqrt{5}]$$

$$28 \quad \frac{1}{\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{5}} \quad \left[\frac{\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{35}}{2} \right]$$