

LABORATORIO DI MATEMATICA

COMPLEMENTI DI ALGEBRA

■ I sistemi di secondo grado con Excel

L'OPERATORE	ESEGUE
RADQ(<i>operando</i>)	la radice quadrata di <i>operando</i> .

ESERCITAZIONE GUIDATA

In un triangolo rettangolo ABC i $\frac{3}{4}$ dell'ipotenusa AC superano il cateto BC di 3 m. Determiniamo la misura dell'area, quando il cateto AB è lungo rispettivamente 16 m, 4 m, 3 m.

Impostiamo la soluzione del sistema

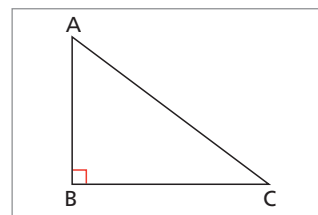
Poniamo $\overline{AB} = a$, $\overline{BC} = x$, $\overline{AC} = y$, traduciamo la relazione assegnata in equazione e applichiamo il teorema di Pitagora.

$$\begin{cases} \frac{3}{4}y = x + 3 \\ a^2 + x^2 = y^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = \frac{4x + 12}{3} \\ a^2 + x^2 = \left(\frac{4x + 12}{3}\right)^2 \end{cases}$$

Risolviamo la seconda equazione:

$$7x^2 + 96x - 9a^2 + 144 = 0$$

$$x_1 = \frac{-48 + \sqrt{63a^2 + 1296}}{7} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{-48 - \sqrt{63a^2 + 1296}}{7}.$$



Analizziamo le soluzioni

Dai risultati deduciamo che x_2 è sempre negativa, quindi non accettabile e che x_1 è accettabile quando è positiva. In tale caso, essa rappresenta \overline{BC} e permette di calcolare l'area del triangolo con la formula: $S = \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{BC}$.

Immettiamo le didascalie

- Nelle celle A1, A2 e A3 scriviamo il testo del problema.
- Digitiamo in A5: Inserisci la lunghezza del cateto AB in metri, in A7: La lunghezza del cateto BC, nella cella A8: L'area del triangolo è.
- Mettiamo un bordo alla cella D5 (figura 1).

	A	B	C	D
1	In un triangolo rettangolo ABC i 3/4 dell'ipotenusa AC			
2	superano il cateto BC di 3 m, determiniamo l'area			
3	in relazione alle misure del cateto AB.			
4				
5	Inserisci la lunghezza del cateto AB in metri:			
6				
7	La lunghezza del cateto BC			
8	L'area del triangolo è			

▲ Figura 1

Scriviamo il controllo sul cateto BC

- Nelle celle C7 e D7 digitiamo rispettivamente le formule:

$$=SE(-48 + RADQ(63*D5^2 + 1296) < 0;$$

"risulta"; "è di metri")

$$=SE(-48 + RADQ(63*D5^2 + 1296) < 0;$$

"negativa";

$$(-48 + RADQ(63*D5^2 + 1296))/7)$$

Digitiamo la formula per il calcolo dell'area

- Nelle celle C8 e D8 digitiamo rispettivamente le formule:

$$=SE(-48 + RADQ(63*D5^2 + 1296) >= 0;$$

"ampia mq"; "non calcolabile")

$$=SE(-48 + RADQ(63*D5^2 + 1296) >= 0;$$

$$1/2*D5*D7"; ""))$$

Immettiamo le misure del cateto AB

- Nella cella D5 digitiamo 16 e battiamo INVIO. Vediamo il foglio della figura 2.

Operiamo similmente per 4 e per 3 e vediamo il foglio delle figure 3 e 4.

	A	B	C	D
1	In un triangolo rettangolo ABC i 3/4 dell'ipotenusa AC			
2	superano il cateto BC di 3 m, determiniamo l'area			
3	in relazione alle misure del cateto AB.			
4				
5	Inserisci la lunghezza del cateto AB in metri:			16
6				
7	La lunghezza del cateto BC		è di metri	12
8	L'area del triangolo è		ampia mq	96

▲ Figura 2

	A	B	C	D
1	In un triangolo rettangolo ABC i 3/4 dell'ipotenusa AC			
2	superano il cateto BC di 3 m, determiniamo l'area			
3	in relazione alle misure del cateto AB.			
4				
5	Inserisci la lunghezza del cateto AB in metri:			4
6				
7	La lunghezza del cateto BC		è di metri	0
8	L'area del triangolo è		ampia mq	0

▲ Figura 3

	A	B	C	D
1	In un triangolo rettangolo ABC i 3/4 dell'ipotenusa AC			
2	superano il cateto BC di 3 m, determiniamo l'area			
3	in relazione alle misure del cateto AB.			
4				
5	Inserisci la lunghezza del cateto AB in metri:			3
6				
7	La lunghezza del cateto BC		risulta	negativa.
8	L'area del triangolo è		non calcolabile.	

▲ Figura 4

Esercitazioni

Risolvi i seguenti problemi operando in modo simile all'esercitazione guidata.

- 1** In un rettangolo la base supera l'altezza di 4 m. Dopo aver assegnato l'area S determina il perimetro $2p$ del rettangolo. Prova con $S = 60 \text{ m}^2$, $S = 21 \text{ m}^2$, $S = 0 \text{ m}^2$.

$$[2p = 32 \text{ m}; 2p = 20 \text{ m}; 2p = 8 \text{ m}]$$

- 2** In un triangolo rettangolo ABC la somma dei cateti è di 14 cm. Trova la misura dei cateti, quando l'ipotenusa AC è lunga rispettivamente 6 cm, 10 cm, $7\sqrt{2}$ cm. [Il triangolo non esiste; $AB = 8 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$; $AB = 7 \text{ cm}$, $BC = 7 \text{ cm}$]

- 3** In un triangolo rettangolo ABC il cateto AB supera il cateto BC di 7 m. Determina il perimetro, quando l'area S del triangolo rispettivamente è di 294 m^2 , 441 m^2 , 588 m^2 .

$$[2p = 84 \text{ m}; 2p = 102,39 \text{ m}; 2p = 117,94 \text{ m}]$$

- 4** In un triangolo isoscele l'altezza è lunga 7,5 cm. Determina l'area S del triangolo, quando il perimetro rispettivamente è di 15 cm, 45 cm, 75 cm.

$$[S = 0 \text{ cm}^2; S = 75 \text{ cm}^2; S = 135 \text{ cm}^2]$$

Sul quaderno imposta i sistemi di equazioni necessari per risolvere i seguenti problemi e analizza le soluzioni. Entra in ambiente Excel e costruisci un foglio elettronico atto a ricevere i dati e a determinare i risultati. In questa fase tieni presente l'analisi svolta nel quaderno. Applica il foglio ai casi proposti. Leggi i risultati del primo caso e disegna nel quaderno la figura corrispondente in una scala a piacere.

- 5** L'area S di un triangolo rettangolo è di 54 m^2 . Determina le misure dei cateti, dopo aver assegnato la differenza delle loro lunghezze. Prova con 3 m, 1 m, 10 m.

$$[12 \text{ m e } 9 \text{ m}; 10,90 \text{ m e } 9,90 \text{ m}; 16,53 \text{ m e } 6,53 \text{ m}]$$

- 6** In un rombo il perimetro è di 40 m. Determina le lunghezze delle due diagonali, dopo aver assegnato il rapporto k fra le loro lunghezze.

Prova con $k = \frac{3}{4}; \frac{2}{5}; \frac{1}{6}$.

[12 m e 16 m; 7,43 m e 18,57 m; 3,29 m e 19,73 m]

- 7** In un triangolo isoscele l'angolo al vertice è ampio 120° . Determina la lunghezza dell'altezza, quando la base, rispettivamente, è lunga 10 m, 15 m, $7\sqrt{3}$ m.

[2,89 m; 4,33 m; 3,5 m]

- 8** Il perimetro di un triangolo rettangolo è di 12 cm. Sapendo che l'ipotenusa è k volte la somma dei cateti, calcola l'area S del triangolo.

Prova con $k = \frac{5}{7}; \frac{7}{5}; \frac{2}{5}$.

[$S = 6 \text{ cm}^2$; il triangolo non esiste; il triangolo non esiste]

- 9** In un rombo il raggio della circonferenza inscritta è lungo 12 m. Trova le lunghezze delle diagonali dopo aver assegnato il perimetro $2p$. Prova con $2p = 100 \text{ m}, 50 \text{ m}, 96 \text{ m}$.

[40 m e 30 m; il rombo non esiste; 33,94 m e 33,94 m]

Per ognuno dei seguenti sistemi di equazioni costruisci un foglio elettronico che permetta di immettere un valore del parametro e di ottenere in corrispondenza o le eventuali soluzioni o l'indicazione che il sistema è indeterminato o impossibile. Prova il foglio assegnando al parametro i valori indicati.

Per verifica aggiungi al foglio elettronico una parte che calcoli separatamente, per mezzo del valore assegnato al parametro e dei valori trovati della x e della y , il primo e il secondo membro delle equazioni originali.

10
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = x + q \end{cases}$$

Prova con $q = \frac{2}{5}; 2\sqrt{2}; 3$.

[$(-1,6; -1,2), (1,2; 1,6); (-1,41; 1,41)$; nessuna]

11
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ y = mx - 2 \end{cases}$$

Prova con $m = \frac{5}{4}; 0; \frac{2}{5}$.

[$(4; 3), (-2,05; -4,56); (-4,58; -2), (4,58; -2); (-3,62; -3,45), (5; 0)$]

12
$$\begin{cases} y = x^2 - 3x + 2 \\ y = x + q \end{cases}$$

Prova con $q = 2, -2, -3$.

[$(0; 2), (4; 6); (2; 0)$; nessuna]

13
$$\begin{cases} y = (k-2)x^2 - kx - 2(k+3) \\ y = x + \frac{1}{5} \end{cases}$$

Prova con $k = -\frac{23}{6}; -3, 0$.

[$(-0,31; -0,11), (0,8; 1); (0,2; 0,4)$; nessuna]

14
$$\begin{cases} \frac{y-k}{x-2} - \frac{29}{4x-8} = x-k \\ y = x+1 \end{cases}$$

Prova con $k = -3, -2; 0$.

[$(-1,66; -0,66), (1,66; 2,66); (0,50; 1,50)$; nessuna]