

LABORATORIO DI MATEMATICA

L'EQUIVALENZA DELLE SUPERFICI PIANE

■ L'equivalenza delle superfici piane con Cabri o con GeoGebra

PER	FACCIAMO CLIC
svolgere un calcolo che coinvolge le misure degli oggetti,	su <i>Misura_Calcolatrice</i> . Vediamo comparire la consolle di una calcolatrice che usiamo con opportuni clic sui suoi simboli operativi e sui dati nella zona del disegno.
conservare il risultato di un calcolo,	sulla finestra del risultato della calcolatrice e, tenendo premuto il tasto del mouse, trasciniamo il numero in una zona libera del disegno.
assegnare un nome a un risultato,	sul riquadro che contiene la frase generica Risultato =, seguita da un numero e, mediante la tastiera, personalizziamo la frase.
ottenere l'area di una superficie di un poligono,	su <i>Misura_Area</i> e sul poligono oppure, se il poligono non è definito, su <i>Misura_Calcolatrice</i> e applichiamo le formule opportune alle misure dei suoi lati.

ESERCITAZIONE GUIDATA

Eseguiamo una costruzione. Dato un rettangolo di vertici $ABCD$, costruiamo il quadrato a esso equivalente. Disegnato il quadrato, verifichiamo l'equivalenza delle figure.

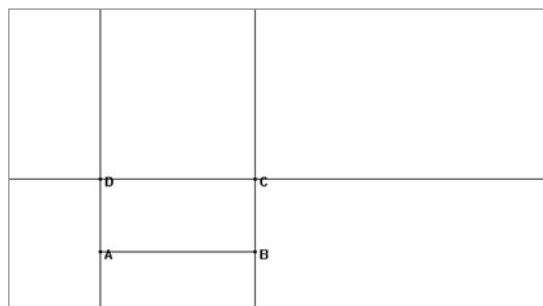
Risolviamo l'esercitazione con Cabri

Disegniamo il rettangolo $ABCD$

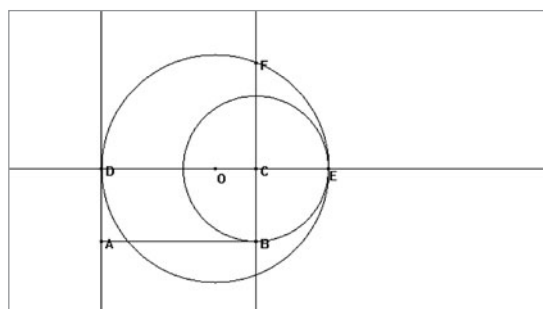
- Con *Oggetti rettilinei_Segmento* disegniamo la base AB .
- Con *Costruzioni_Retta perpendicolare* tracciamo le perpendicolari ad AB , passanti rispettivamente per A e per B .
- Con *Punti_Punto su un oggetto* poniamo, sulla perpendicolare ad A , il punto D .
- Con *Costruzioni_Retta parallela* mandiamo la parallela, passante per D , alla base AB ; con *Punti_Intersezione di due oggetti*, applicato alle rette DC e BC , evidenziamo il punto C .
- Con *Oggetti rettilinei_Segmento* tracciamo gli altri lati del rettangolo: BC , DC e DA (figura 1).

Ricaviamo un lato del quadrato equivalente

- Con *Curve_Circonferenza* tracciamo la circonferenza di centro C e raggio CB ; con *Punti_Intersezione di due oggetti*, applicato alla circonferenza e alla retta DC , evidenziamo il punto E .
- Con *Costruisci_Punto medio* determiniamo il punto medio O del segmento DE .
- Con *Curve_Circonferenza* tracciamo la circonferenza di centro O e raggio OE .



▲ Figura 1

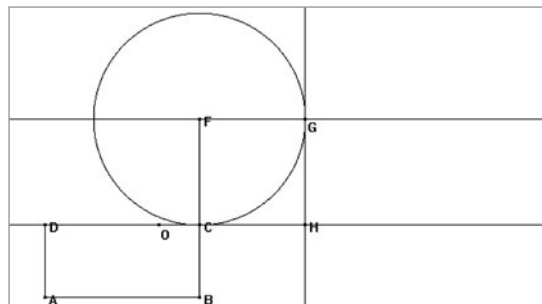


▲ Figura 2

- Con *Punti_Intersezione di due oggetti*, applicato alla circonferenza e alla retta BC , ricaviamo il punto F . Per il secondo teorema di Euclide, CF è il lato del quadrato equivalente al rettangolo di dimensioni DC e CE (figura 2).

Disegniamo il quadrato

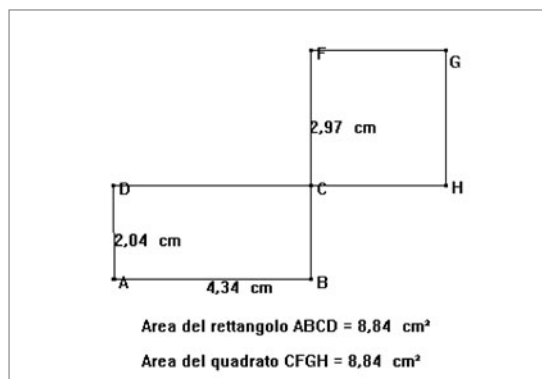
- Nascondiamo le rette AD e BC , il punto E e le due circonferenze. Mandiamo la parallela da F a DE ; con *Curve_Circonferenza* tracciamo la circonferenza di centro F e raggio FC ; con *Punti_Intersezione di due oggetti*, evidenziamo il punto G .
- Tracciamo la perpendicolare da G a DC e con *Punti_Intersezione di due oggetti* evidenziamo il punto H . Con *Oggetti rettilinei_Segmento* tracciamo i lati del quadrato (figura 3).



▲ Figura 3

Calcoliamo l'area del rettangolo e quella del quadrato

- Con *Attributi_Mostra/Nascondi* nascondiamo le rette DH e GH e la circonferenza.
- Con *Misura_Distanza e lunghezza*, troviamo le misure della base AB e dell'altezza AD del rettangolo.
- Con *Misura_Calcolatrice* attiviamo la calcolatrice e calcoliamo l'area del rettangolo.
- Trasciniamo il risultato in una zona libera del disegno. Facciamo clic sull'etichetta del risultato e scriviamo, al posto di Risultato =, la frase Area del rettangolo $ABCD =$.
- Analogamente calcoliamo l'area del quadrato (figura 4).



▲ Figura 4

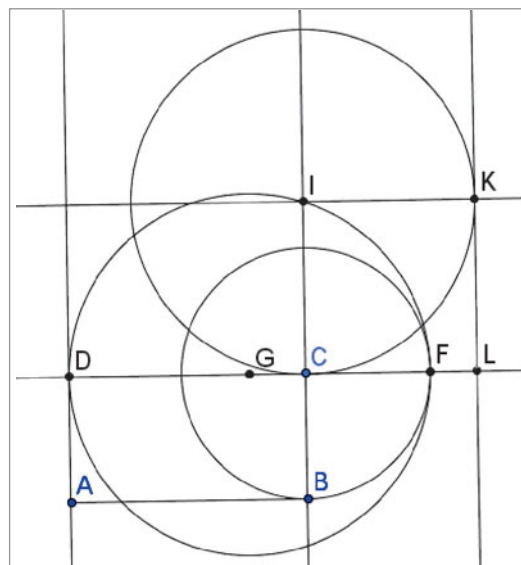
Facciamo la verifica

- Vediamo che le misure delle due aree coincidono. Afferriamo il punto B e lo spostiamo: i valori numerici variano, ma le due aree restano uguali.

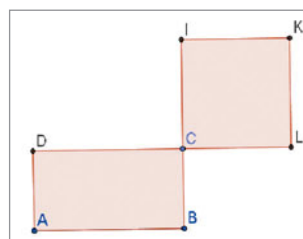
Risolviamo, ora, l'esercitazione con GeoGebra

Per trovare il quadrato equivalente a un rettangolo costruiamo un triangolo rettangolo avente le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa congruenti alle dimensioni del rettangolo, in tal modo l'altezza del triangolo, in virtù del II teorema di Euclide, diventa un lato del quadrato equivalente al rettangolo.

- Con gli strumenti di GeoGebra disegniamo i lati del rettangolo $ABCD$ (figura 5).
- Con *Circonferenza di dato centro* tracciamo la circonferenza di centro C e raggio CB e con *Intersezione di due oggetti* evidenziamo il punto F sulla retta DC .
- Con *Punto medio* ricaviamo G , con *Circonferenza di dato centro* tracciamo la circonferenza di centro G e raggio GD e con *Intersezione di due oggetti* evidenziamo il punto I sulla retta BC . Il triangolo IDF è il triangolo rettangolo desiderato.
- Costruiamo, pertanto, con gli strumenti di GeoGebra sul lato IC i lati del quadrato $ICLK$.
- Nascondiamo le linee usate per la costruzione e con *Poligono* sovrapponiamo il rettangolo $ABCD$ e il quadrato $ICLK$ ai loro lati già presenti nel disegno (figura 6).
- Nella finestra algebrica leggiamo che i due poligoni hanno la stessa area, poi spostiamo il punto B : il rettangolo e il quadrato cambiano estensione, ma mantengono la loro equivalenza.



▲ Figura 5



◀ Figura 6

■ Esercitazioni con Cabri o con GeoGebra

Opera le seguenti costruzioni e poi verifica l'equivalenza delle figure con l'aiuto della calcolatrice se usi Cabri, leggendo le aree nella finestra algebrica se usi GeoGebra.

- 1 Disegna un quadrato $ABCD$ e costruisci un rettangolo equivalente, di base MN assegnata.
- 2 Disegna un triangolo ABC e costruisci un triangolo equivalente, di data base DE .
- 3 Disegna un triangolo ABC e costruisci un triangolo isoscele equivalente, avente la stessa base AB .
- 4 Disegna un triangolo ABC e costruisci un triangolo isoscele equivalente, di data base DE .
- 5 Disegna un triangolo ABC e costruisci un triangolo rettangolo equivalente, di cateto DE assegnato.
- 6 Disegna un triangolo ABC e costruisci un triangolo rettangolo equivalente, di ipotenusa data ST .
- 7 Disegna un triangolo ABC e costruisci un triangolo DEF equivalente, avente la base e l'angolo dato.
- 8 Disegna un triangolo ABC e costruisci un parallelogramma $DEFG$ equivalente, avente i lati DE ed EF assegnati.
- 9 Disegna un quadrato $ABCD$ e costruisci un parallelogramma $DEFG$ equivalente, avente i lati DE ed EF assegnati.
- 10 Disegna un rettangolo $ABCD$ e costruisci un rombo $DEFG$ equivalente, con una diagonale DF assegnata.

Costruisci i disegni secondo le seguenti indicazioni e verifica le proprietà precisate.

- 11** Disegna un parallelogramma $ABCD$ e segna un punto E sul lato CD . Verifica che la somma dei due triangoli AED e BEC è equivalente a metà del parallelogramma $ABCD$.
- 12** Disegna un parallelogramma $ABCD$ e indica con M e N i punti medi rispettivamente dei lati AB e AD . Verifica che il triangolo AMN è equivalente a $\frac{1}{8}$ del parallelogramma stesso.
- 13** Disegna un triangolo rettangolo ABC sull'ipotenusa AB e costruisci il quadrato $ACPQ$ sul cateto AC e il quadrato $ABEF$ sull'ipotenusa. Congiungi C con F . Verifica che il triangolo ACF è equivalente alla metà del quadrato $ACPQ$.
- 14** Disegna il triangolo ABC e indica con M e N i punti medi rispettivamente dei lati AB e BC . Verifica che i triangoli AMC e ANC sono equivalenti.

Se usi Cabri, realizza una macrocostruzione che, applicata a un segmento, disegni il quadrato avente il segmento come lato. Se usi GeoGebra, costruisci uno strumento utente che abbia le stesse caratteristiche. Verifica poi le seguenti proprietà.

- 15** Il primo e il secondo teorema di Euclide.
- 16** Il teorema di Pitagora.
- 17** Disegna un triangolo ABC in cui gli angoli \hat{A} e \hat{B} sono acuti, traccia l'altezza CH relativa al lato AB . Verifica che la differenza fra i quadrati costruiti sui segmenti AH e BH è equivalente alla differenza dei quadrati costruiti sui lati AC e BC .
- 18** Disegna una circonferenza, di centro O , un diametro AB e una corda CD , perpendicolare ad AB , che interseca AB in H . Sulla tangente passante per A scegli un punto E in modo che AE sia congruente a BH . Da E traccia la parallela ad AB fino a incontrare CD , o il suo prolungamento, in F . Verifica che il quadrato costruito su CH è equivalente al rettangolo $AEFH$.
- 19** Disegna una circonferenza, di centro O , un diametro AB e una corda CD , perpendicolare ad AB , che interseca AB in H . Verifica che il quadrato costruito su CD è quadruplo del rettangolo avente i lati congruenti a BH e AH .