

LABORATORIO DI MATEMATICA

LA SIMILITUDINE

■ La lunghezza della circonferenza e l'area del cerchio con Cabri

PER VARIARE	FACCIAMO CLIC SULLA CASELLA DISEGNA E POI SU
il colore di una linea	<i>Colore</i> ; appare una paletta, dove selezioniamo il colore, e sull'oggetto.
lo spessore di una linea	<i>Spessore</i> ; appare un riquadro, dove selezioniamo lo spessore, e sull'oggetto.
il tratteggio di una linea	<i>Tratteggio</i> ; appare un riquadro, dove selezioniamo il tratteggio, e sull'oggetto.
l'aspetto di un oggetto	<i>Aspetto</i> ; appare un riquadro, dove selezioniamo l'aspetto dell'oggetto, e sull'oggetto.

PER VARIARE	FACCIAMO CLIC
un numero posto nella zona del disegno	su di esso, due volte, facendo comparire un riquadro, con a fianco due piccole frecce, e facciamo clic su di esse oppure usiamo la tastiera.

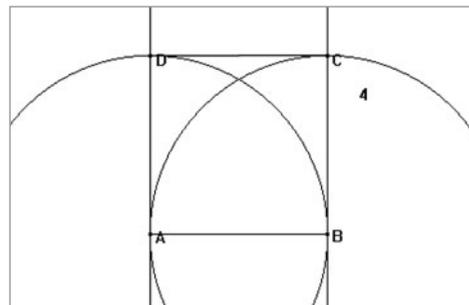
PER OTTENERE	ATTIVIAMO	FACCIAMO CLIC
un segmento di una data lunghezza	<i>Costruzioni_Trasporto di misura</i>	su un punto e su un numero. Cabri mostra un segmento tratteggiato, con estremi il punto e l'altro estremo mobile, la cui distanza dal primo punto è data dal numero. Con il mouse muoviamo il secondo estremo e con un clic fissiamo la sua posizione.

ESERCITAZIONE GUIDATA

Risolviamo un problema numerico. Calcoliamo l'area della corona circolare compresa fra le circonferenze inscritta e circoscritta a un quadrato, con il lato prima lungo 4 cm, poi 3 cm.

Costruiamo il lato AB e il quadrato

- Nella zona del disegno con *Visualizza_Numeri* immettiamo il numero 4.
- Con *Punti_Punto* disegniamo il punto A , con *Attributi_Trasporto di misura*, applicato ad A e al numero 4, otteniamo il punto B .
- Con *Oggetti rettilinei_Segmento* tracciamo il segmento AB .
- Costruiamo il quadrato con *Costruzioni_Perpendicolare* e con *Curve_Circonferenza* (figura 1).



▲ Figura 1

Disegniamo le circonferenze

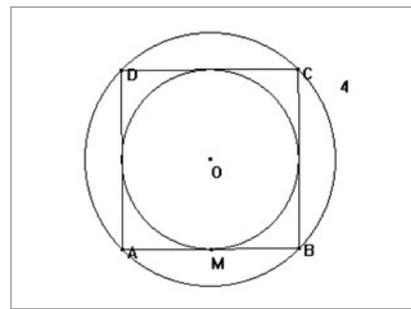
- Evidenziamo il quadrato $ABCD$; con *Oggetti rettilinei_Segmento* tracciamo i lati BC , CD e DA .
- Con *Attributi_Mostra/Nascondi* nascondiamo le perpendicolari e le circonferenze.
- Con *Costruzioni_Punto medio*, applicato ad A e a C , otteniamo O . Tracciamo la circonferenza di centro O e raggio OA .
- Con *Costruzioni_Punto medio* applicato ad AB otteniamo il punto medio M .
- Con *Curve_Circonferenza* tracciamo la circonferenza, di centro O e raggio OM , inscritta nel quadrato (figura 2).

Dal disegno ricaviamo i risultati

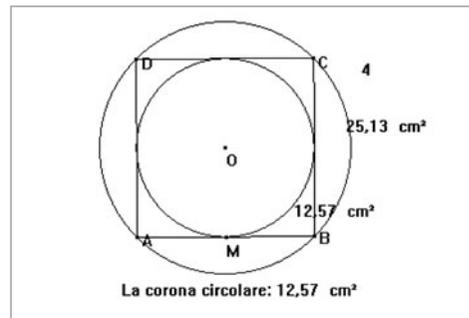
- Applichiamo *Misura_Area* per determinare l'area del cerchio circoscritto al quadrato e, poi, quella del cerchio inscritto.
- Con *Misura_Calcolatrice* eseguiamo la differenza fra le due aree. Portiamo nella zona del disegno il risultato, a fianco del quale scriviamo La corona circolare:. L'area della corona circolare è $12,57 \text{ cm}^2$ (figura 3).

Cambiamo il dato iniziale

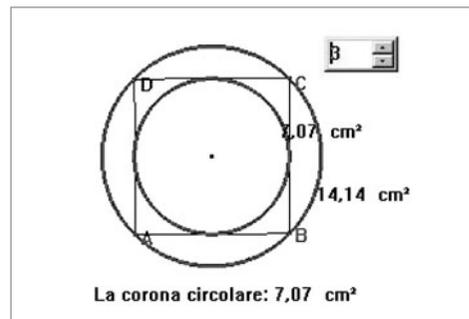
- Per variare il segmento AB facciamo clic sul numero 4 e poi sulle piccole frecce che compaiono alla sua destra. Il segmento varia di conseguenza, come le grandezze che dipendono da lui. Se il lato del quadrato è di 3 cm, l'area della corona circolare è $7,07 \text{ cm}^2$.
- Per evidenziare la corona circolare utilizziamo *Attributi_Spessore* (figura 4).



◀ Figura 2



▲ Figura 3



▲ Figura 4

■ Esercitazioni con Cabri o con GeoGebra

Verifica i seguenti teoremi costruendo la figura.

- 1 Disegna un triangolo ABC e indica con AH la proiezione di AC su AB e con AK la proiezione di AB su AC . Verifica che $AB : AC = AK : AH$.
- 2 Disegna un triangolo ABC e conduci dal vertice B una retta che intersechi la retta AC nel punto D in modo che l'angolo \widehat{CBD} sia congruente all'angolo \widehat{CAB} . Verifica che BC è medio proporzionale fra AC e CD .
- 3 Il teorema della secante e della tangente. Traccia da un punto P , esterno a una circonferenza, una tangente nel punto A e una secante, in C e in F . Verifica che $PF : PA = PA : PC$.
- 4 Il primo teorema di Euclide. Disegna il triangolo rettangolo ABC e l'altezza relativa all'ipotenusa AH . Verifica che $BH : AB = AB : BC$.
- 5 Il secondo teorema di Euclide. Disegna il triangolo rettangolo ABC e l'altezza relativa all'ipotenusa AH . Verifica che $BH : AH = AH : HC$.

- 6** Il teorema delle corde. Traccia una circonferenza e le corde AB e CD , che si intersecano in E . Verifica che $AE : CE = ED : EB$.
- 7** Il teorema delle secanti. Traccia da un punto P , esterno a una circonferenza, due secanti, rispettivamente la prima in A e in E , la seconda in C e in F . Verifica che $PF : PE = PA : PC$.

Per verificare le seguenti proprietà, che riguardano la similitudine nei triangoli, opera in due modi:

- costruisci la figura e calcola due rapporti di lati omologhi;
- costruisci la figura e misura l'ampiezza degli angoli corrispondenti.

- 8** Disegna un triangolo ABC e traccia la bisettrice CP , prolunga CP dalla parte di P sino a incontrare in Q la circonferenza circoscritta al triangolo. Verifica che i triangoli ACP , QBP e QCB sono simili.
- 9** Traccia una circonferenza e due corde AB e BC . Conduci per B la retta tangente a tale circonferenza. Traccia una retta parallela alla tangente. Se taglia AB e BC in due punti (detti rispettivamente M e N), verifica che i triangoli ABC e MBN sono simili.
- 10** Disegna i triangoli ABC e DEF con i lati AB , BC e AC , rispettivamente paralleli a DE , EF e DF . Verifica che i due triangoli sono simili.

Risolvi i seguenti problemi.

- 11** Il raggio di una circonferenza è lungo 6 cm. Costruisci il triangolo equilatero inscritto e calcola la misura dell'area compresa fra la circonferenza e il triangolo. Incrementa la lunghezza del raggio di 2 cm e poi di altri 2 cm e calcola in corrispondenza l'area indicata.
- 12** Il lato e la diagonale minore di un rombo sono lunghi rispettivamente 10 cm e 12 cm. Costruisci il rombo e la circonferenza inscritta. Determina la differenza delle misure delle loro aree. Poni la lunghezza della diagonale a 10 cm e poi a 8 cm e determina le differenze delle misure delle aree corrispondenti.
- 13** Costruisci un esagono regolare con il lato di 5 cm. Calcola la misura dell'area compresa fra la circonferenza circoscritta e l'esagono e quella compresa fra l'esagono e la circonferenza inscritta. Calcola poi le medesime aree con il lato posto a 4 cm, poi a 3 cm.
- 14** Costruisci una circonferenza con il diametro AB di lunghezza 10 cm. Determina la misura del lato del pentagono regolare inscritto nella circonferenza. Decrementa la lunghezza del diametro di 3 cm e poi di altri 3 cm e calcola le misure dei lati corrispondenti.
- 15** Costruisci un cerchio inscritto in un trapezio isoscele $ABCD$, con la base maggiore AB di 10 cm e la base minore CD di 8 cm. Determina la misura S dell'area del cerchio. Incrementa la base maggiore di 2 cm e decrementa la base minore di 2 cm, e determina le corrispondenti misure dell'area S .
- 16** Costruisci il triangolo ABC , di lati AB di 5 cm, BC di 4 cm e AC di 2 cm. Calcola la misura dell'area compresa fra la circonferenza circoscritta e il triangolo e quella compresa fra il triangolo e la circonferenza inscritta. Calcola le medesime aree con il lato AC posto a 3 cm, poi a 4 cm.
- 17** Costruisci un rettangolo $ABCD$, di base AB di 7,2 cm, inscritto in una circonferenza con il diametro di 12 cm. Determina le differenze delle misure delle aree corrispondenti per i valori assegnati e poi ponendo la lunghezza della base AB a 8 cm e a 10 cm.
- 18** Costruisci il rettangolo $ABCD$, con la diagonale AC di 12,5 cm ed equivalente a un quadrato di area pari a 42 cm^2 . Traccia la circonferenza circoscritta al rettangolo e determina la differenza fra la lunghezza della circonferenza e il perimetro del rettangolo. Trova poi la stessa differenza assegnando come lunghezza della diagonale 11 cm e 10 cm.
- 19** Costruisci la circonferenza circoscritta al trapezio isoscele $ABCD$, con la base maggiore AB di 10 cm, la base minore CD di 4 cm e l'altezza CH di 4 cm. Determina le misure della circonferenza e del perimetro del trapezio per i valori assegnati e poi ponendo come lunghezza della base minore 5 cm e 3 cm.
- 20** Costruisci il triangolo rettangolo ABC , sapendo che la somma delle lunghezze dei cateti AB e BC è di 7 cm e l'ipotenusa AC è lunga 5 cm. Traccia la circonferenza circoscritta al triangolo. Determina le differenze delle misure delle aree delle due figure, ponendo la somma delle lunghezze dei cateti rispettivamente a 7 cm, a 6,5 cm, a 6 cm.