LABORATORIO DI MATEMATICA
LE DISEQUAZIONI E I SISTEMI DI DISEQUAZIONI

Le disequazioni di secondo grado con Derive

IL COMANDO	SERVE PER
Risolvi_Sistema	– risolvere i sistemi di equazioni sino al quarto grado. – risolvere i sistemi di disequazioni.

ESERCITAZIONE GUIDATA

Determiniamo per quali valori di k la seguente disequazione nell'incognita x:

$(2-k)x^2 - 2(k+1)x + 3k + 1 > 0$

a) ammette soluzioni esterne all'intervallo delle radici;

b) ammette come soluzioni tutte le x reali, tranne un solo valore.

Nell'ultimo caso, sostituiamo nella disequazione i valori di k trovati e tracciamo il grafico delle parabole corrispondenti.

Inseriamo la disequazione

- Utilizziamo *Crea_Espressione* e nella linea di editazione delle espressioni digitiamo il primo membro della disequazione:

  `(2 − k)x^2 − 2(k + 1)x + 3k + 1.`

  Battiamo INVIO.

#1: $(2-k)\cdot x^2 - 2\cdot(k+1)x + 3\cdot k + 1$

Troviamo le radici

Usiamo *Risolvi_Espressione* e otteniamo le espressioni delle due radici in funzione di k.

#2: $x = \dfrac{\sqrt{(4\cdot k^2 - 3\cdot k - 1)} - k - 1}{k-2} \vee x = \dfrac{\sqrt{(4\cdot k^2 - 3\cdot k - 1)} + k + 1}{2-k}$

Rispondiamo al primo quesito

Imponiamo al coefficiente di x^2 e al discriminante di essere maggiori di zero.

- Impostiamo e risolviamo il corrispondente sistema di disequazioni, utilizzando *Risolvi_Sistema*. Richiediamo a Derive che il sistema sia formato da due disequazioni, aprendo una finestra di dialogo.
- Nel campo della prima disequazione digitiamo: $2 - k > 0$ (il coefficiente di x^2).
- Nel campo della seconda disequazione importiamo con F3 il discriminante, contenuto in #2, a fianco del quale digitiamo > 0.
- Indichiamo che la variabile è k e facciamo clic su *Risolvi*: otteniamo le soluzioni del sistema.

#3: SOLVE ([2 − k > 0, 4 · k² − 3 · k − 1 > 0],[k])

#4: $\left[k < -\dfrac{1}{4},\ 1 < k < 2\right]$

Rispondiamo al secondo quesito

Troviamo i valori di k che rendono una disequazione risolta per tutti i valori reali tranne uno, fra quelli che rendono il discriminante nullo e il coefficiente di x^2 positivo. Risolviamo l'equazione del discriminante e verifichiamo quali soluzioni rendono positivo il coefficiente di x^2.

- Inseriamo il discriminante e con *Risolvi_Espressione* otteniamo le soluzioni in #7.

#5: $4 \cdot k^2 - 3 \cdot k - 1$

#6: SOLVE $([4 \cdot k^2 - 3 \cdot k - 1 = 0], [k])$

#7: $\left[k = -\frac{1}{4}, k = 1\right]$

Ricaviamo le equazioni delle parabole

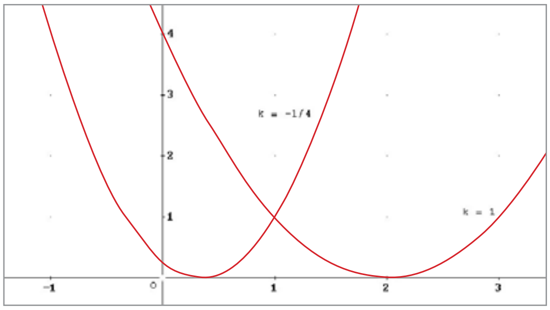
- Applichiamo *Semplifica_Sostituisci Variabili* all'etichetta #1, sostituendo a k il valore $-\frac{1}{4}$ e ignorando la richiesta di sostituzione della x.
- Ripetiamo le stesse operazioni per $k = 1$.
- Otteniamo le equazioni di due parabole con il coefficiente di x^2 positivo, quindi i due valori trovati di k soddisfano il quesito proposto.

#8: $\frac{9}{4} \cdot x^2 - \frac{3}{2} \cdot x + \frac{1}{4}$

#9: $x^2 - 4 \cdot x + 4$

Tracciamo i grafici delle parabole

- Evidenziamo l'etichetta #8, entriamo in ambiente grafico a due dimensioni con il bottone *Finestra_Grafica 2D*, dove con *Traccia il grafico* disegniamo la prima parabola.
- Ritorniamo in ambiente algebrico, evidenziamo l'etichetta #9 e operiamo in modo simile per la seconda (figura 1).



▲ **Figura 1**

Esercitazioni con Derive o con Wiris

Per ogni disequazione parametrica nell'incognita x, determina i valori del parametro k affinché siano soddisfatte le condizioni indicate. Ricava per ogni situazione una parabola e tracciane il grafico.

1 $(k^2 - 2k - 3)x^2 - 2kx + 1 > 0$.

a) Le soluzioni sono esterne all'intervallo delle radici.
b) Le soluzioni sono interne all'intervallo delle radici.
c) Le soluzioni sono soddisfatte per ogni x.
d) Un estremo dell'intervallo delle radici è uguale a $\frac{1}{6}$.

$\left[\text{a) } -\frac{3}{2} < k < -1 \vee k > 3; \text{ b) } -1 < k < 3; \text{ c) } k < -\frac{3}{2}; \text{ d) } k = 11\right]$

2 $2x^2 - 4(k + 1)x - 2k^2 + 13k > 0$.

a) Le soluzioni sono esterne all'intervallo delle radici.
b) Gli estremi dell'intervallo delle radici sono di segno concorde.
c) Le soluzioni sono soddisfatte per ogni x escluso un solo valore.
d) Un estremo dell'intervallo delle radici è uguale a 2.

$\left[\text{a) } k < \frac{1}{4} \vee k > 2; \text{ b) } 0 < k < \frac{1}{4} \vee 2 < k < \frac{13}{2}; \text{ c) } k = \frac{1}{4} \vee k = 2; \text{ d) } k = 0 \vee k = \frac{5}{2}\right]$

3 Data la disequazione parametrica $k^2(x-1) + -9x > 0$ nell'incognita x, determina per quali valori del parametro k ammette:

a) soluzioni tutte maggiori di 5;

b) la radice uguale a $-\frac{1}{8}$.

$\left[\text{a) } -\frac{3\sqrt{5}}{2} < k < -3 \vee 3 < k < \frac{3\sqrt{5}}{2}; \text{ b) } k = -1 \vee k = 1\right]$

4 Dato il sistema di equazioni in x e in y

$$\begin{cases} y = x^2 + hx \\ y = -x - 4 \end{cases}$$

determina il valore del parametro h in modo che la x di una soluzione assuma il valore -4. Opera poi la verifica. $[h = 4]$

5 Dato il sistema di equazioni in x e in y

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - x + 4y - 14 = 0 \\ y = x + h \end{cases}$$

determina i valori del parametro h in modo che la y di una soluzione assuma il valore $-\frac{1}{2}$. Opera poi la verifica. $[h = -5 \text{ e } h = 3]$

6 Dato il sistema di equazioni in x e in y

$$\begin{cases} x + y + z = -2 \\ 2x - 3y + hz = -5 \\ y = -x^2 - z \end{cases}$$

determina i valori del parametro h in modo che la y di una soluzione assuma il valore 2.
Opera poi la verifica. $\left[h = -1 \text{ e } h = \frac{1}{2}\right]$

Per ognuno dei seguenti problemi, imposta il corrispondente sistema di equazioni; poi con Derive o con Wiris risolvilo e svolgi delle verifiche.

7 Determina la lunghezza della diagonale di un rettangolo, sapendo che sommando a essa gli $\frac{8}{5}$ della base otteniamo 93 m e l'area è di 420 m^2. [37 m; 85,09 m]

8 Determina la lunghezza del lato di un rombo, sapendo che una diagonale supera di 4 cm i $\frac{2}{5}$ del lato e l'area è di 336 cm^2. [25 cm]

9 Determina la lunghezza dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo, sapendo che essa è i $\frac{5}{7}$ della somma dei cateti e il perimetro è di 36 m. [15 m]

10 Determina la lunghezza del lato obliquo di un triangolo isoscele, sapendo che il perimetro è di 16 m e l'area è di 12 m^2. [5 m; 5,70 m]

11 Determina la lunghezza dei cateti di un triangolo rettangolo, sapendo che il perimetro è di 30 cm e l'area è di 30 cm^2. [12 cm; 5 cm]

12 Determina la lunghezza dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo, sapendo che essa supera la metà della lunghezza di un cateto di 13 cm e il perimetro è di 40 cm. [17 cm]