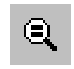
LABORATORIO DI MATEMATICA
LE DISEQUAZIONI LINEARI

Le disequazioni lineari con Derive

IL COMANDO	SERVE PER	IL BOTTONE
Risolvi_Espressione	risolvere un'equazione o una disequazione, dopo che abbiamo indicato a Derive l'equazione o la disequazione stessa e l'incognita.	

PER	DOBBIAMO FARE CLIC
inserire un vettore	su *Crea_Espressione* e digitare gli elementi del vettore fra due parentesi quadre separati da virgole, o su *Crea_Vettore*.
inserire una matrice	su *Crea_Espressione* e digitare gli elementi delle righe della matrice fra due parentesi quadre separati da virgole, a loro volta all'interno di due parentesi quadre separate da virgole, o su *Crea_Matrice*.

ESERCITAZIONE GUIDATA

Dati tre segmenti adiacenti AB, BC, CD, sappiamo che la misura di BC è i $\frac{3}{4}$ di quella di AB e la somma di AB e dei $\frac{2}{3}$ di CD è di d metri. Dopo aver assegnato d, determiniamo i valori che la misura del lato AB deve assumere affinché la misura della somma dei segmenti sia minore di 120.
Per verifica costruiamo delle tabelle che, dopo aver letto un valore di d, mostrino la variazione di AB e quelle corrispondenti di BC, CD e della loro somma AD.

Interpretiamo le relazioni del problema

Poniamo $\overline{AB} = x$ e quindi $\overline{BC} = \frac{3}{4}x$. Essendo $x + \frac{2}{3}\overline{CD} = d$, ricaviamo $\overline{CD} = \frac{3}{2}(d - x)$.
Scriviamo la relazione del segmento somma $\overline{AD} = x + \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}(d - x)$,

alla quale imponiamo la condizione del problema: $x + \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}(d - x) < 120$.

Dobbiamo inoltre imporre che le misure dei segmenti siano positive.

Risolviamo la disequazione

- Attiviamo Derive e con *Crea_Espressione* digitiamo e inseriamo la disequazione ricavata dall'analisi del problema.

$$\#1:\quad x + \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}(d - x) < 120$$

- Con *Risolvi_Espressione* la risolviamo.

$$\#2:\quad \mathrm{SOLVE}\left(x + \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}(d - x) < 120,\ x\right)$$

$$\#3:\quad x < 480 - 6d$$

Imponiamo a *CD* il vincolo di positività

- Impostiamo e risolviamo in modo simile la disequazione che impone alla misura di *CD* di essere positiva.

#4: $d - x > 0$
#5: SOLVE$(d - x > 0, x)$
#6: $x < d$

Discutiamo le due radici

Dai risultati deduciamo che la misura x deve essere compresa fra 0 e la minore delle due radici trovate.

- Per determinare i valori di d che rendono la prima radice minore della seconda, impostiamo con *Crea_Espressione* il loro confronto, che risolviamo con *Risolvi_Espressione*.

#7: $480 - 6d < d$
#8: SOLVE$(480 - 6d < d, d)$
#9: $d > \frac{480}{7}$

- Con *Semplifica_Approssima* trasformiamo la frazione in un numero decimale.

#10: $d > 68.5714$

Scopriamo un vincolo per la misura *d*

- La misura x deve essere positiva, quindi poniamo maggiore di 0 la radice della prima disequazione (contenuta nell'etichetta #3) e risolviamo la disequazione risultante.

#11: $480 - 6d > 0$
#12: SOLVE$(480 - 6d > 0, d)$
#13: $d < 80$

Verifichiamo i risultati con una tabella

- Realizziamo una tabella per verificare le soluzioni delle disequazioni con VECTOR.
Scriviamo all'interno dell'istruzione le espressioni delle misure dei tre segmenti e della loro somma in relazione alla variabile x e al parametro d.
Usiamo le parentesi quadre per stabilire il contenuto e la forma delle righe della tabella.
Impostiamo la variazione della x (la misura del segmento *AB*) nell'intervallo di accettabilità delle soluzioni $[0;\ \mathrm{MIN}(d,\ 480 - 6d)]$ con incremento dato da $\frac{1}{10}$ dell'intervallo.

#14: $\mathrm{VECTOR}\left(\left[x,\ \frac{3}{4}\cdot x,\ \frac{3}{2}(d - x),\ \frac{x + 6\cdot d}{4}\right],\ x,\ 0,\ \mathrm{MIN}(d,\ 480 - 6\cdot d),\ \frac{\mathrm{MIN}(d,\ 480 - 6\cdot d)}{10}\right)$

Scegliamo un valore per il parametro *d*

Prima di far operare l'istruzione dobbiamo sostituire in essa un valore al parametro d.

- Con *Semplifica_Sostituisci* sostituiamo a d il valore 70.

#15: $\mathrm{VECTOR}\left(\left[x,\ \frac{3}{4}\cdot x,\ \frac{3}{2}\cdot(70 - x),\ \frac{x + 6\cdot 70}{4}\right],\ x,\ 0,\ \mathrm{MIN}(70,\ 480 - 6\cdot 70),\ \frac{\mathrm{MIN}(70,\ 480 - 6\cdot 70)}{10}\right)$

Realizziamo una tabella

- Con *Semplifica_Approssima* otteniamo la tabella corrispondente al valore 70 del parametro d.

In essa notiamo che:

– le misure sono tutte non negative;
– le misure della somma sono tutte minori di 120 esclusa l'ultima, quella limite;
– le misure dei segmenti rispettano le relazioni imposte dal problema;
– gli estremi di variazione della x, poiché d vale 70, sono 0 e 60.

$$\#16: \begin{bmatrix} 0 & 0 & 105 & 105 \\ 6 & 4.5 & 96 & 106.5 \\ 12 & 9 & 87 & 108 \\ 18 & 13.5 & 78 & 109.5 \\ 24 & 18 & 69 & 111 \\ 30 & 22.5 & 60 & 112.5 \\ 36 & 27 & 51 & 114 \\ 42 & 31.5 & 42 & 115.5 \\ 48 & 36 & 33 & 117 \\ 54 & 40.5 & 24 & 118.5 \\ 60 & 45 & 15 & 120 \end{bmatrix}$$

Esercitazioni con Derive o Wiris

Con l'aiuto di Wiris o di Derive discuti le soluzioni delle seguenti disequazioni a coefficienti letterali. Sostituisci, poi, in esse un valore del parametro h per ogni intervallo risultato dalla discussione e risolvi, per verifica, la disequazione corrispondente.

1 $\dfrac{(h+1)x-h}{3h-1} \geq 0$

2 $\dfrac{(5h-12)x}{x-h+3} < 0$

3 $(h+4)(3-h)x-2+h > 0$

4 $(hx-4)[(2-h)x-2] > 0$

5 $[(3h-3)x-h][(2-h)x-h] > 0$

6 $\left(\dfrac{h-1}{3h+2}x-1\right)(x-2) < 0$

7 $|hx-1| < 3$

8 $|(3-h)(h+1)x+5| < 5$

Risolvi i seguenti problemi e discuti le soluzioni delle disequazioni ottenute.

9 In un triangolo isoscele ABC la lunghezza del lato obliquo AB supera $\frac{1}{3}$ della misura x della base BC di d cm. Dopo aver assegnato d, determina i valori che x deve assumere affinché il perimetro sia maggiore di 24 cm.

$\left[\text{se } 0 < d < 12, x > \dfrac{6(12-d)}{5}; \text{se } d \geq 12, x > 0\right]$

10 In un rombo $ABCD$ la somma della misura x della diagonale AC e dei $\frac{3}{4}$ della lunghezza dell'altra diagonale BD è di s metri. Dopo aver assegnato s, determina i valori che x deve assumere affinché la somma delle lunghezze delle diagonali sia minore di 50 metri.

$\left[\text{se } 0 < s \leq \dfrac{75}{2}, x < s; \text{se } \dfrac{75}{2} < s < 50,\ 4s-150 < x < s\right]$