

## LABORATORIO DI MATEMATICA

## L'EQUIVALENZA DELLE SUPERFICI PIANE

## ■ L'equivalenza delle superfici piane con Cabri

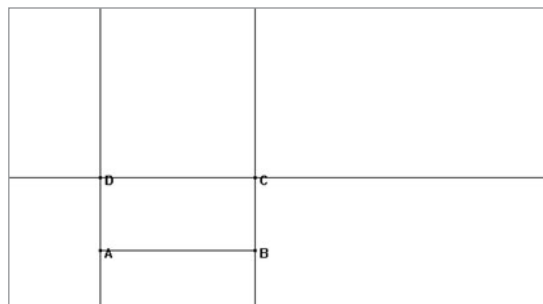
PER	FACCIAMO CLIC
svolgere un calcolo che coinvolge le misure degli oggetti,	su <i>Misura_Calcolatrice</i> . Vediamo comparire la consolle di una calcolatrice che usiamo con opportuni clic sui suoi simboli operativi e sui dati nella zona del disegno.
conservare il risultato di un calcolo,	sulla finestra del risultato della calcolatrice e, tenendo premuto il tasto del mouse, trasciniamo il numero in una zona libera del disegno.
assegnare un nome a un risultato,	sul riquadro che contiene la frase generica Risultato =, seguita da un numero e, mediante la tastiera, personalizziamo la frase.
ottenere l'area di una superficie di un poligono,	su <i>Misura_Area</i> e sul poligono oppure, se il poligono non è definito, su <i>Misura_Calcolatrice</i> e applichiamo le formule opportune alle misure dei suoi lati.

## ESERCITAZIONE GUIDATA

Eseguiamo una costruzione. Dato un rettangolo di vertici  $ABCD$ , costruiamo il quadrato a esso equivalente. Disegnato il quadrato, verifichiamo l'equivalenza delle due figure.

Disegniamo il rettangolo  $ABCD$ 

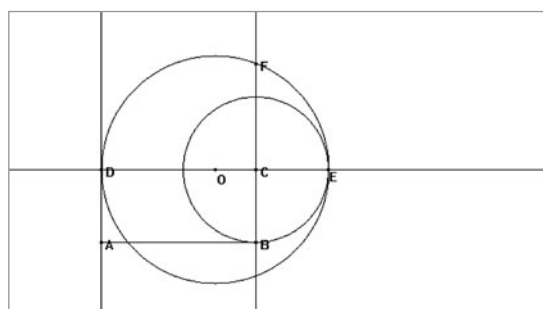
- Con *Oggetti rettilinei\_Segmento* disegniamo la base  $AB$ .
- Con *Costruzioni\_Retta perpendicolare* tracciamo le perpendicolari ad  $AB$ , passanti rispettivamente per  $A$  e per  $B$ .
- Con *Punti\_Punto su un oggetto* poniamo, sulla perpendicolare ad  $A$ , il punto  $D$ .
- Con *Costruzioni\_Retta parallela* mandiamo la parallela, passante per  $D$ , alla base  $AB$ ; con *Punti\_Intersezione di due oggetti*, applicato alle rette  $DC$  e  $BC$ , evidenziamo il punto  $C$ .
- Con *Oggetti rettilinei\_Segmento* tracciamo gli altri lati del rettangolo:  $BC$ ,  $DC$  e  $DA$  (figura 1).



▲ Figura 1

## Ricaviamo un lato del quadrato equivalente

- Con *Curve\_Circonferenza* tracciamo la circonferenza di centro  $C$  e raggio  $CB$ ; con *Punti\_Intersezione di due oggetti*, applicato alla circonferenza e alla retta  $DC$ , evidenziamo il punto  $E$ .
- Con *Costruisci\_Punto medio* determiniamo il punto medio  $O$  del segmento  $DE$ .
- Con *Curve\_Circonferenza* tracciamo la circonferenza di centro  $O$  e raggio  $OE$ .

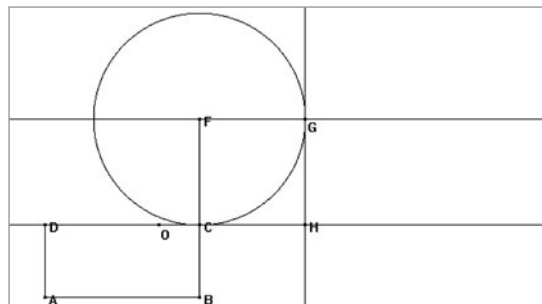


▲ Figura 2

- Con *Punti\_Intersezione di due oggetti*, applicato alla circonferenza e alla retta  $BC$ , ricaviamo il punto  $F$ . Per il secondo teorema di Euclide,  $CF$  è il lato del quadrato equivalente al rettangolo di dimensioni  $DC$  e  $CE$  (figura 2).

### Disegniamo il quadrato

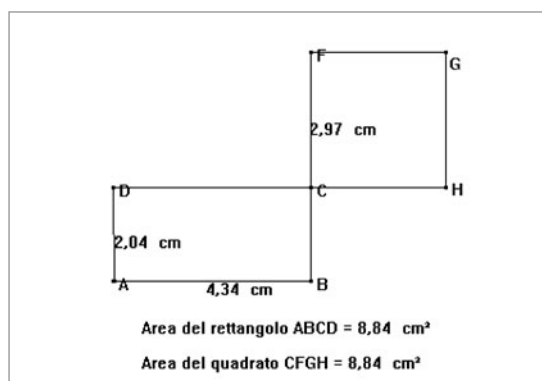
- Nascondiamo le rette  $AD$  e  $BC$ , il punto  $E$  e le due circonferenze. Mandiamo la parallela da  $F$  a  $DE$ ; con *Curve\_Circonferenza* tracciamo la circonferenza di centro  $F$  e raggio  $FC$ ; con *Punti\_Intersezione di due oggetti*, evidenziamo il punto  $G$ .
- Tracciamo la perpendicolare da  $G$  a  $DC$  e con *Punti\_Intersezione di due oggetti* evidenziamo il punto  $H$ . Con *Oggetti rettilinei\_Segmento* tracciamo i lati del quadrato (figura 3).



▲ Figura 3

### Calcoliamo l'area del rettangolo e quella del quadrato

- Con *Attributi\_Mostra/Nascondi* nascondiamo le rette  $DH$  e  $GH$  e la circonferenza.
- Con *Misura\_Distanza e lunghezza*, troviamo le misure della base  $AB$  e dell'altezza  $AD$  del rettangolo.
- Con *Misura\_Calcolatrice* attiviamo la calcolatrice e calcoliamo l'area del rettangolo.
- Trasciniamo il risultato in una zona libera del disegno. Facciamo clic sull'etichetta del risultato e scriviamo, al posto di Risultato =, la frase Area del rettangolo ABCD =.
- Analogamente calcoliamo l'area del quadrato (figura 4).



▲ Figura 4

### Facciamo la verifica

- Vediamo che le misure delle due aree coincidono. Afferriamo il punto  $B$  e lo spostiamo: i valori numerici variano, ma le due aree restano uguali.

## Esercitazioni con Cabri o con GeoGebra

Opera le seguenti costruzioni e poi verifica l'equivalenza delle figure con l'aiuto della calcolatrice se usi Cabri, leggendo le aree nella finestra algebrica se usi GeoGebra.

**1** Disegna un triangolo  $ABC$  e costruisci un rettangolo rettangolo equivalente, di ipotenusa data  $ST$ .

**2** Disegna un triangolo  $ABC$  e costruisci un triangolo  $DEF$  equivalente, avente la base e l'angolo dato.

**3** Disegna un triangolo  $ABC$  e costruisci un parallelogramma  $DEFG$  equivalente, avente i lati  $DE$  ed  $EF$  assegnati.

- 4** Disegna un quadrato  $ABCD$  e costruisci un parallelogramma  $DEFG$  equivalente, avente i lati  $DE$  ed  $EF$  assegnati.
- 5** Disegna un rettangolo  $ABCD$  e costruisci un rombo  $DEFG$  equivalente, con una diagonale  $DF$  assegnata.

Costruisci i disegni secondo le seguenti indicazioni e verifica le proprietà precisate.

- 6** Disegna un parallelogramma  $ABCD$  e segna un punto  $E$  sul lato  $CD$ . Verifica che la somma dei due triangoli  $AED$  e  $BEC$  è equivalente a metà del parallelogramma  $ABCD$ .
- 7** Disegna un parallelogramma  $ABCD$  e indica con  $M$  e  $N$  i punti medi rispettivamente dei lati  $AB$  e  $AD$ . Verifica che il triangolo  $AMN$  è equivalente a  $\frac{1}{8}$  del parallelogramma stesso.
- 8** Disegna un triangolo rettangolo  $ABC$  sull'ipotenusa  $AB$  e costruisci il quadrato  $ACPQ$  sul cateto  $AC$  e il quadrato  $ABEF$  sull'ipotenusa. Congiungi  $C$  con  $F$ . Verifica che il triangolo  $ACF$  è equivalente alla metà del quadrato  $ACPQ$ .
- 9** Disegna il triangolo  $ABC$  e indica con  $M$  e  $N$  i punti medi rispettivamente dei lati  $AB$  e  $BC$ . Verifica che i triangoli  $AMC$  e  $ANC$  sono equivalenti.

Se usi Cabri, realizza una macrocostruzione che, applicata a un segmento, disegni il quadrato avente il segmento come lato. Se usi GeoGebra, costruisci uno strumento utente che abbia le stesse caratteristiche. Verifica poi le seguenti proprietà.

- 10** Il primo e il secondo teorema di Euclide.
- 11** Il teorema di Pitagora.
- 12** Disegna un triangolo  $ABC$  in cui gli angoli  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$  sono acuti, traccia l'altezza  $CH$  relativa al lato  $AB$ . Verifica che la differenza fra i quadrati costruiti sui segmenti  $AH$  e  $BH$  è equivalente alla differenza dei quadrati costruiti sui lati  $AC$  e  $BC$ .
- 13** Disegna una circonferenza, di centro  $O$ , un diametro  $AB$  e una corda  $CD$ , perpendicolare ad  $AB$ , che interseca  $AB$  in  $H$ . Sulla tangente passante per  $A$  scegli un punto  $E$  in modo che  $AE$  sia congruente a  $BH$ . Da  $E$  traccia la parallela ad  $AB$  fino a incontrare  $CD$ , o il suo prolungamento, in  $F$ . Verifica che il quadrato costruito su  $CH$  è equivalente al rettangolo  $AEFH$ .
- 14** Disegna una circonferenza, di centro  $O$ , un diametro  $AB$  e una corda  $CD$ , perpendicolare ad  $AB$ , che interseca  $AB$  in  $H$ . Verifica che il quadrato costruito su  $CD$  è quadruplo del rettangolo avente i lati congruenti a  $BH$  e  $AH$ .