

# LABORATORIO DI MATEMATICA

## GLI INSIEMI E LA LOGICA

### ■ La logica con Derive

PER INSERIRE	DOBBIAMO FARE CLIC
un operatore logico	sul suo simbolo contenuto nella barra dei simboli matematici oppure digitare il suo nome secondo Derive.

L'OPERATORE DELLA	HA IL SIMBOLO	E IL NOME
coniunzione	$\wedge$	AND
disgiunzione inclusiva	$\vee$	OR
negazione	$\neg$	NOT
disgiunzione esclusiva	$\dot{\vee}$	XOR
implicazione materiale	$\rightarrow$	IMP
doppia implicazione	$\leftrightarrow$	IFF

IL COMANDO	SERVE PER
<code>TRUTH_TABLE(p1, p2, ..., espr1, espr2, ...)</code>	costruire le tavole di verità. Per usarlo digitiamo il nome seguito fra parentesi tonde dalle variabili $p1, p2, \dots$ e dalle espressioni logiche $espr1, espr2, \dots$ separate da virgole. Diamo poi il comando <i>Semplifica_Base</i> e Derive mostra una tavola di verità dove compaiono tutte le combinazioni dei valori di verità ( <i>true</i> e <i>false</i> ) delle variabili con i risultati delle espressioni logiche.

#### ESERCITAZIONE GUIDATA

Con Derive dimostriamo la prima legge di De Morgan,

$$\overline{p \wedge q} = \overline{p} \vee \overline{q},$$

costruendo due tavole di verità.

#### Impostiamo il calcolo dei valori logici del primo membro della formula

• Diamo *Crea\_Espressione* e scriviamo l'impostazione della tavola di verità del primo membro della formula. Digitiamo `TRUTH_TABLE(p, q, p AND q, NOT(p AND q))`. Possiamo fare clic sui simboli contenuti nella barra dei simboli matematici invece di digitare i nomi degli operatori logici. Con INVIO la inseriamo nella zona algebrica.

#1: `TRUTH_TABLE(p, q, p AND q, NOT(p AND q))`

**Calcoliamo il primo membro della formula**

- Con il bottone *Semplifica\_Base* otteniamo da Derive lo sviluppo della tavola di verità in #2.

#2: 
$$\begin{bmatrix} p & q & p \wedge q & \neg(p \wedge q) \\ \text{true} & \text{true} & \text{true} & \text{false} \\ \text{true} & \text{false} & \text{false} & \text{true} \\ \text{false} & \text{true} & \text{false} & \text{true} \\ \text{false} & \text{false} & \text{false} & \text{true} \end{bmatrix}$$

**Impostiamo il calcolo del secondo membro**

- Diamo *Crea\_Espressione*, digitiamo TRUTH\_TABLE (p, q, NOTp, NOTq, NOTp OR NOTq) e battiamo INVIO.

#3: TRUTH\_TABLE(p, q, ¬p, ¬q, ¬p ∨ ¬q)

**Calcoliamo il secondo membro della formula**

- Con il bottone *Semplifica\_Base* otteniamo da Derive lo sviluppo della tavola di verità in #4.

#4: 
$$\begin{bmatrix} p & q & \neg p & \neg q & \neg p \vee \neg q \\ \text{true} & \text{true} & \text{false} & \text{false} & \text{false} \\ \text{true} & \text{false} & \text{false} & \text{true} & \text{true} \\ \text{false} & \text{true} & \text{true} & \text{false} & \text{true} \\ \text{false} & \text{false} & \text{true} & \text{true} & \text{true} \end{bmatrix}$$

Notiamo che le ultime colonne delle due tavole di verità coincidono. Esse rappresentano i risultati dei due membri della formula che traduce la prima legge di De Morgan e ne confermano la validità.

**Esercitazioni con Derive o con Wiris**

Calcola le seguenti espressioni logiche sul quaderno e con Derive o con Wiris svolgi la verifica.

- |                                               |                                                                            |                                                               |
|-----------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| <b>1</b> $(p \wedge q) \vee \bar{p}$          | <b>4</b> $(p \wedge q) \vee \overline{p \wedge \bar{q}}$                   | <b>7</b> $(p \vee q) \vee (\bar{p} \wedge r)$                 |
| <b>2</b> $(p \leftrightarrow q) \vee \bar{p}$ | <b>5</b> $p \wedge q \vee \bar{p}$                                         | <b>8</b> $(p \rightarrow q) \wedge \overline{\bar{p} \vee r}$ |
| <b>3</b> $p \wedge (q \rightarrow \bar{p})$   | <b>6</b> $\overline{p \leftrightarrow q} \wedge \overline{\bar{p} \vee q}$ | <b>9</b> $(p \leftrightarrow q) \vee (\bar{p} \wedge r)$      |

Con Derive o con Wiris costruisci delle tavole di verità per dimostrare le seguenti equivalenze logiche.

- |                                                                              |                                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>10</b> $(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$                    | <b>17</b> $p \leftrightarrow q = (p \vee \bar{q}) \wedge (\bar{p} \vee q)$             |
| <b>11</b> $p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$             | <b>18</b> $\overline{p \wedge \bar{q}} \vee r = \bar{p} \vee q \vee r$                 |
| <b>12</b> $p \rightarrow q = \bar{p} \vee q$                                 | <b>19</b> $\bar{p} \rightarrow \overline{q \wedge r} = p \vee q \vee \bar{r}$          |
| <b>13</b> $\overline{p \vee q} = \bar{p} \wedge \bar{q}$                     | <b>20</b> $p \wedge (q \vee r) \wedge \bar{p} = p \wedge \overline{p \vee r}$          |
| <b>14</b> $p \leftrightarrow q = \overline{p \vee \bar{q}}$                  | <b>21</b> $\overline{p \wedge q \wedge r \vee r} = p \vee \overline{p \wedge \bar{q}}$ |
| <b>15</b> $p \rightarrow q = \overline{p \wedge \bar{q}}$                    | <b>22</b> $(p \vee \bar{q}) \wedge r = (p \wedge r) \vee (\bar{q} \wedge r)$           |
| <b>16</b> $p \leftrightarrow q = (p \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})$ | <b>23</b> $p \wedge \bar{r} \vee \overline{q \vee r} = p \vee q \wedge \bar{r}$        |

Sul quaderno applica alle seguenti espressioni logiche le leggi di De Morgan, poi verifica con Derive o con Wiris costruendo una tavola di verità con i valori dell'espressione iniziale e di quella semplificata.

$$24 \quad \overline{p \vee \bar{q}} \wedge r$$

$$25 \quad (\overline{p \wedge \bar{q}} \vee \overline{\bar{p} \wedge r}) \wedge \bar{q}$$

$$26 \quad \overline{\overline{p \wedge \bar{q}} \vee \bar{r}}$$

$$27 \quad \overline{\overline{\overline{\bar{p} \vee q \vee \bar{r}} \wedge \bar{p}}}$$

Sul quaderno applica alle seguenti espressioni logiche la proprietà distributiva della congiunzione rispetto alla disgiunzione, verifica con Derive o con Wiris costruendo una tavola di verità con i valori dell'espressione iniziale e di quella variata.

$$28 \quad p \wedge (p \vee q)$$

$$29 \quad (p \wedge (p \vee \bar{q} \vee r)) \vee q$$

Con Derive o con Wiris stabilisci quali fra le seguenti espressioni logiche sono tautologie o contraddizioni.

$$30 \quad p \vee \bar{p}$$

$$31 \quad (p \wedge (\bar{q} \vee r)) \vee \overline{\bar{p} \wedge r}$$

$$32 \quad (p \wedge q) \wedge (\bar{p} \wedge r)$$

$$33 \quad (p \vee \bar{q} \vee r) \vee q$$