

LABORATORIO DI MATEMATICA

I MONOMI E I POLINOMI

■ I polinomi con Excel

L'OPERATORE	RESTITUISCE IL VALORE LOGICO
NON (<i>cond</i>)	VERO se <i>cond</i> risulta falsa, FALSO se <i>cond</i> risulta vera.
O (<i>cond1</i> ; <i>cond2</i> ; ...)	VERO se almeno una delle <i>cond1</i> , <i>cond2</i> , ... risulta vera, altrimenti FALSO.
E (<i>cond1</i> ; <i>cond2</i> ; ...)	FALSO se almeno una delle <i>cond1</i> , <i>cond2</i> , ... risulta falsa, altrimenti VERO.
VAL.NUMERO (<i>cella</i>)	VERO se <i>cella</i> contiene un numero, FALSO se <i>cella</i> contiene un testo.

ESERCITAZIONE GUIDATA

Dopo aver sostituito alcuni valori numerici ai coefficienti a, b, c, d dei polinomi $ax + b$ e $cx + d$ considerati come funzioni della variabile x , determiniamo i coefficienti del loro prodotto $P(x)$. Proviamo con $a = 3, b = -4, c = 1, d = 4$.

Costruiamo poi una tabella con undici valori della x equidistanti appartenenti all'intervallo $[x_1; x_2]$ e con i corrispondenti valori del polinomio. Indichiamo nella tabella gli eventuali valori della x che precedono un cambiamento di segno del valore del polinomio.

Prepariamo il foglio per ricevere i dati

- Scriviamo alcune didascalie per indicare dove immettere i dati e leggere i risultati.
- Mettiamo dei bordi alle celle dei coefficienti dei polinomi e alla tabella.
- Sistemiamo la larghezza (diamo il valore 4) delle colonne.

Il foglio appare come in figura 1.

Inseriamo le formule per i coefficienti del polinomio prodotto

- Per ricavare i coefficienti di $P(x)$ teniamo conto delle celle dove sono immessi i coefficienti dei due polinomi assegnati e delle combinazioni di operazioni a cui sono soggetti per svolgere il prodotto. Per ottenere quindi il coefficiente di x^2 di $P(x)$, in C6 digitiamo $= B4 * F4$; per il coefficiente di x , in E6 digitiamo $= B4 * H4 + D4 * F4$; per il termine noto, in G6 digitiamo $= D4 * H4$.

Immettiamo i dati

- Digitiamo rispettivamente 3 in B4, -4 in D4, 1 in F4, 4 in H4 e vediamo comparire i coefficienti del polinomio prodotto nelle celle C6, E6, G6.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I		
1	Un problema sui polinomi										
2											
3		a		b		c		d			
4	(<input type="text"/>	*x+	<input type="text"/>)	*	(<input type="text"/>	*x+	<input type="text"/>)
5											
6				*x^2+		*x+					
7											
8	x1 =	<input type="text"/>	x2 =	<input type="text"/>		dx =	<input type="text"/>				
9											
10					x	P(x)					
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											

▲ Figura 1

Inseriamo le formule per i valori della x

• Per ottenere undici valori della x , appartenenti all'intervallo $[x_1; x_2]$, partiamo da x_1 e consideriamo come incremento $\frac{1}{10}$ dell'intervallo. In H8 pertanto digitiamo $= (E8-C8)/10$ (la formula calcola l'incremento della x), in E11 digitiamo $= C8$ (la formula importa il valore x_1), in E12 digitiamo $= E11 + \$H\8 e la copiamo sino alla E21 (le formule determinano gli altri valori della x sino a x_2).

Inseriamo le formule per i valori di $P(x)$

• Per ottenere i corrispondenti valori del polinomio (i cui coefficienti sono memorizzati nelle celle C6, E6, G6), in F11 digitiamo $= \$C\$6 * E11^2 + \$E\$6 * E11 + \$G\6 e la copiamo sino alla F21.

Inseriamo le formule per trovare i cambiamenti di segno

• Per ottenere l'indicazione del cambiamento di segno in D11 digitiamo $= SE(F11 * F12 < 0; " --->"; "=")$ e la copiamo sino alla D20. Non arriviamo all'ultima cella della tabella, perché non è possibile fare il controllo con un ulteriore valore del polinomio.

Immettiamo gli estremi dell'intervallo

• Scegliamo di esaminare il polinomio nell'intervallo $[-4; 6]$: digitiamo -4 in C8 e 6 in E8. Il foglio appare nella forma di figura 2, dove osserviamo che nell'intervallo $[1; 2]$ il polinomio cambia segno.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Un problema sui polinomi								
2									
3		a		b		c		d	
4	(3	*x+	-4)	(1	*x+	4
5)
6			3	*x^2+	8	*x+	-16		
7									
8	x1 =	-4	x2 =	6		dx =	1		
9									
10					x	P(x)			
11				=	-4	0			
12				=	-3	-13			
13				=	-2	-20			
14				=	-1	-21			
15				=	0	-16			
16				--->	1	-5			
17				=	2	12			
18				=	3	35			
19				=	4	64			
20				=	5	99			
21					6	140			

▲ Figura 2

Esercitazioni

Negli esercizi che seguono costruisci un foglio elettronico che, dati i coefficienti dei polinomi funzioni di x ,

$$R(x) = a \cdot x + b, \quad S(x) = c \cdot x + d, \quad T(x) = e \cdot x^2 + f \cdot x + g, \quad Z(x) = h \cdot x^3 + k \cdot x^2 + j \cdot x + l,$$

- trovi i coefficienti del polinomio $P(x)$ risultato delle operazioni indicate;
- permetta di assegnare gli estremi di un intervallo di variazione della x e di ottenere in corrispondenza una tabella con i valori della x e di $P(x)$;
- risponda ai quesiti posti.

I risultati indicati sono relativi all'intervallo di estremi $x_1 = -4$ e $x_2 = 6$.

1 $P(x) = R(x) \cdot S(x) + T(x)$.

Indica fra i valori di x quelli che corrispondono ai valori massimo e minimo di $P(x)$ che compaiono nella tabella.
 Prova con $a = 2, b = -2, c = -1, d = 2, e = -1, f = -1, g = -2$. [1; 6]

Determina la somma dei nove valori di $P(x)$ esclusi il più grande e il più piccolo e dividi la somma per 9.

Prova con $a = 1, b = -1, h = -1, k = 2, j = 45, l = -1$. [-4; -3; 0; 1; 6; -37,78]

2 $P(x) = [R(x)]^3 - Z(x)$.

Indica i valori di x che fanno stare i valori di $P(x)$ all'interno dell'intervallo $[-50; 30]$.

3 $P(x) = R(x) \cdot T(x)$.

Indica fra i valori di x che compaiono nella tabella quelli eventuali che rendono $P(x)$ nullo.

Prova con $a = 2, b = -1, e = 1, f = -1, g = -6$. [-2; 3]

4 $P(x) = R(x) \cdot T(x) - Z(x)$.
Indica fra i valori di x che compaiono nella tabella quelli eventuali che precedono un cambiamento di segno dei valori di $P(x)$.
Prova con $a = 1, b = 1, e = -1, f = 2, g = 1, h = -2, k = 1, j = 11, l = -3$. [-4; 0; 2]

5 $P(x) = [R(x)]^2 - T(x)$.
Determina la somma degli undici valori di $P(x)$ e dividila per 11.
Prova con $a = 1, b = 2, e = -1, f = -2, g = 12$. [20]

6 $P(x) = [R(x)]^4$.
Indica quanti valori di $P(x)$ sono maggiori di 16.
Prova con $a = -1, b = 2$. [6]

Costruisci un foglio per svolgere le divisione fra i polinomi indicati e determina l'eventuale resto.

$$R(x) = a \cdot x + b,$$

$$T(x) = e \cdot x^2 + f \cdot x + g,$$

$$Z(x) = h \cdot x^3 + k \cdot x^2 + j \cdot x + l.$$

7 $P(x) = T(x) : R(x)$.
Dopo aver trovato $Q(x)$ e r , moltiplica $Q(x)$ per $R(x)$ e somma r .
Prova con $a = 1, b = 3, e = 1, f = -1, g = -6$.
[$x - 4$ con resto $r = 6$]

8 $P(x) = Z(x) : R(x)$.
Dopo aver trovato $Q(x)$ e r , moltiplica $Q(x)$ per $R(x)$ e somma r .
Prova con $a = 2, b = -3, h = 1, k = 3, j = 3, l = 1$.
[$0,5x^2 + 2,25x + 4,875$ con resto $r = 15,625$]

9 Costruisci un foglio elettronico che traduca lo schema di Ruffini (poni 5 come limite al grado del polinomio). Applicalo nei seguenti casi:

a) $Z(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 14$
 $x_1 = -1, x_2 = 2, x_3 = 4$;
[$Z(-1) = 15; Z(2) = 0; Z(4) = 10$]

b) $Z(x) = x^5 + 5x^3 - 12x^2 + 124x - 642$
 $x_1 = -1, x_2 = 3, x_3 = 5$;
[$Z(-1) = -784; Z(3) = 0; Z(5) = 3428$]

c) $Z(x) = x^5 - 3x^4 + 8x^3 - 54x^2 + 324x - 276$
 $x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = 2$;
[$Z(-1) = -666; Z(1) = 0; Z(2) = 204$]

d) $Z(x) = x^5 - 9x^4 + x^3 + 105x^2 - 74x - 168$
 $x_1 = -3, x_2 = -1, x_3 = 2$.
[$Z(-3) = 0; Z(-1) = 0; Z(2) = 0$]

10 Costruisci un foglio elettronico che determini il triangolo di Tartaglia e permetta di applicarlo al calcolo delle potenze dei binomi $(ax + b)^n$, dove a e b sono dei coefficienti numerici dati, x è la lettera incognita e n è un esponente intero positivo assegnato (poni $n = 6$ come limite). Applicalo nel seguente caso: $(2x - 3)^5$.
[$32x^5 - 240x^4 + 720x^3 - 1080x^2 + 810x - 243$]