

LABORATORIO DI MATEMATICA

I NUMERI NATURALI E I NUMERI INTERI

■ I numeri naturali con Derive

IL COMANDO	SERVE PER
<i>Semplifica_Fattorizza</i>	scomporre in fattori primi un numero o un'espressione.
<i>Semplifica_Sviluppa</i>	svolgere i prodotti o espandere l'espressione.

LA FUNZIONE	RESTITUISCE	ESEMPIO
$GCD(n1, n2, \dots)$	il massimo comune divisore dei numeri posti fra parentesi. In inglese GCD sta per Great Common Divisor.	#1: $GCD(9, 6)$ #2: 3
$LCM(n1, n2, \dots)$	il minimo comune multiplo dei numeri posti fra parentesi. In inglese LCM sta per Less Common Multiple.	#1: $LCM(4, 6)$ #2: 12
$PRIME?(n)$	<i>true</i> (vero) se il numero n è primo, altrimenti <i>false</i> (falso).	#1: $PRIME?(8)$ #2: false
$IF(cond, espr1, espr2)$	<i>espr1</i> , se <i>cond</i> è vera, <i>espr2</i> , se <i>cond</i> è falsa. <i>espr1</i> ed <i>espr2</i> possono essere qualsiasi espressione compatibile per Derive. Se <i>espr1</i> e/o <i>espr2</i> sono dei messaggi, li scriviamo fra apici.	#1: $IF(GCD(35, 48) = 1, \text{"sono primi fra loro"}, \text{"non sono primi fra loro"})$ #2: sono primi fra loro
$SUM(espr, n, n1, n2, p)$	la somma dei valori di <i>espr</i> quando in essa sostituiamo i valori che n assume variando da $n1$ a $n2$ con incremento p .	#1: $SUM(n^2, n, 1, 5, 2)$ #2: 35
$VECTOR(espr, n, n1, n2, p)$	i valori di <i>espr</i> quando in essa sostituiamo i valori che n assume variando da $n1$ a $n2$ con incremento p .	#1: $VECTOR(n^2, n, 1, 5, 2)$ #2: [1, 9, 25]
$DIVISORS(n)$	tutti i divisori di n .	#1: $DIVISORS(35)$ #2: [1, 5, 7, 35]

IL COMANDO	FA SÌ CHE
<i>Opzioni_Modalità Input</i> Base: Binary	i numeri in ingresso siano a base due.
<i>Opzioni_Modalità Output</i> Base: Binary	i numeri in uscita siano a base due.
<i>Opzioni_Modalità Resetta tutto</i>	tutti i parametri ritornino ai valori di <i>default</i> .

ESERCITAZIONE GUIDATA

Troviamo il M.C.D. e il m.c.m. di 2250 e 1050.

Scomponiamo i due numeri in fattori primi

- Inseriamo il primo numero nella zona algebrica. Per ottenere la scomposizione in fattori primi usiamo il comando *Semplifica_Fattorizza*. #1: 1050
- Operiamo similmente per il secondo numero. #2: $2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$
- #3: 2250
- #4: $2 \cdot 3^2 \cdot 5^3$

Ricaviamo il massimo comune divisore

- Diamo il comando *Crea_Espressione* e digitiamo i fattori comuni con il minimo esponente. Con INVIO li inseriamo nella zona algebrica. Con il comando *Semplifica_Sviluppa* svolgiamo il prodotto e otteniamo il massimo comune divisore. #5: $2 \cdot 3 \cdot 5^2$
- #6: 150

Ricaviamo il minimo comune multiplo

- Operiamo similmente per ottenere il minimo comune multiplo, scegliendo i fattori comuni con il massimo esponente e i non comuni. #7: $2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7$
- #8: 15750

Applichiamo le funzioni di Derive

- Facciamo la verifica con le funzioni di Derive. Diamo *Crea_Espressione* e digitiamo $\text{GCD}(2250, 1050)$. Con INVIO otteniamo l'inserimento della funzione per il massimo comune divisore, che facciamo operare con il bottone *Semplifica_Base*. #9: $\text{GCD}(2250, 1050)$
- Procediamo similmente per la funzione che determina il minimo comune multiplo. #10: 150
- #11: $\text{LCM}(2250, 1050)$
- #12: 15750

Operiamo un'altra verifica

- Controlliamo i risultati sfruttando la proprietà che dice che dividendo il prodotto di due numeri per il loro massimo comune divisore otteniamo il loro minimo comune multiplo. #13: $\frac{1050 \cdot 2250}{\text{GCD}(1050, 2250)}$
- #14: 15750

■ Esercitazioni con Derive o con Wiris

- 1** Per verificare la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione, con Derive o con Wiris sostituisci alle lettere contenute nell'espressione $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ diversi numeri. Prova con:
- a) $a = 2, \quad b = 10, \quad c = 3;$
 - b) $a = 230, \quad b = 100, \quad c = 43;$
 - c) $a = 10^6, \quad b = 1000^2, \quad c = 3^{10}.$

- 2** Opera similmente all'esercizio 1 per verificare la proprietà distributiva della divisione rispetto all'addizione $(a + b) : c = a : c + b : c$. Prova con:
- a) $a = 64, \quad b = 28, \quad c = 8;$
 - b) $a = 48, \quad b = 126, \quad c = 6;$
 - c) $a = 10^2, \quad b = 6^{10}, \quad c = 2^2.$

Verifica le proprietà delle potenze controllando la validità o meno delle seguenti uguaglianze. Quando l'uguaglianza è falsa, correggi il secondo membro in modo da ottenere l'uguaglianza vera e verifica di nuovo.

3 $2^3 \cdot (2^6 : 2^3)^3 = 2^8?$

4 $(2^4 : 2)^2 : (2^2 : 2)^2 = 2^3?$

5 $7^3 \cdot 7 \cdot 7^3 = 7^9?$

6 $\{[(7^3)^3 : 7^8]^2 \cdot 7\}^2 : 7^6 = 1?$

7 $11^5 \cdot 11 : 11^2 = 11^4?$

8 Dato un numero n , stabilisci con Derive o con Wiris il numero dei suoi divisori. Prova per esempio con 7, 600, 5040.

9 Tre rappresentanti di commercio di una medesima ditta partono contemporaneamente dalla sede e per completare il loro giro impiegano il primo 12 giorni, il secondo 30 giorni, il terzo g giorni. Con Derive o con Wiris stabilisci, per ogni valore di g da 1 a 30, il numero dei giorni che passano affinché si ritrovino tutti assieme nella località di partenza.

10 Sul quaderno trasforma i numeri 4, 45, 60 scritti in base dieci, scrivendoli in base due e poi verifica con Derive o con Wiris l'esattezza delle trasformazioni.

11 Sul quaderno svolgi le seguenti operazioni fra numeri in base dieci. Trasforma gli operandi in base due, svolgi le operazioni in questa base e trasforma il risultato in base dieci. Verifica il risultato con Derive o con Wiris.

- a) $(4 + 28) - 16$;
- b) $(32 - 8) : (100 - 88)$;
- c) $(16 + 24 + 64) - 128 : 256$;
- d) $81 : 27 - 125 : 25 + 5 - 4$.

12 Stabilisci se un numero dato n è quadrato o è triangolare. Prova con 120, 225, 1035.

13 Nella successione dei numeri di Fibonacci i primi due sono 1 e 1 e gli altri si ottengono ognuno come somma dei due che lo precedono. Trova:

- a) il decimo numero e scomponilo in fattori primi;
- b) se il ventesimo numero è primo;
- c) i primi cinque numeri che sono primi;
- d) il M.C.D. fra il sesto, il settimo e l'ottavo numero;
- e) la somma dei primi dieci numeri;
- f) il primo numero della successione, dopo 1, che è un quadrato perfetto.

(Suggerimento. Se usi Derive, utilizza la funzione FIBONACCI(n) che dato n restituisce l'ennesimo numero di Fibonacci.)

Risolvi i seguenti problemi con l'aiuto di Derive o di Wiris.

14 Trova e scrivi tutti i numeri primi compresi fra 500 e 550, applicando sia la scomposizione in fattori sia l'operatore che stabilisce la primalità di un numero nel programma che utilizzi.

15 Se i numeri p e $p + 2$ sono entrambi primi si dicono *primi gemelli*. Trova le eventuali coppie di primi gemelli comprese fra i numeri 100 e 157 e fra i numeri 2340 e 2571.

16 Un numero si dice *perfetto* se è uguale alla somma dei suoi divisori escluso il numero stesso. Per esempio, 6 è un numero perfetto. Infatti $6 = 1 + 2 + 3$. I numeri perfetti sono dati dalla formula:

$$2^{p-1} \cdot (2^p - 1),$$

dove p e $2^p - 1$ sono numeri primi. Trova con la formula qualche numero perfetto, poi controlla che goda della proprietà descritta.

17 Si dicono numeri amici quelle coppie di numeri naturali tali che la somma dei divisori dell'uno, escluso il numero stesso, è uguale all'altro e viceversa. Verifica che le seguenti coppie di numeri sono numeri amici: 220 e 284, 1184 e 1210.

18 Dato un numero n , stabilisci se appartiene alla successione di Fibonacci e, in caso affermativo, la sua posizione (indice) nella successione. Prova con 55, 6765, 10 945.

19 Sul quaderno trasforma i numeri 100, 1010, 11 110, scritti in base dieci, scrivendoli in base due e poi verifica con Wiris o con Derive.