LABORATORIO DI MATEMATICA
I SISTEMI LINEARI

I sistemi lineari con Derive

IL COMANDO	RESTITUISCE
Risolvi_Sistema	la soluzione del sistema, dopo che abbiamo indicato a Derive il numero delle equazioni, le equazioni stesse e le incognite del sistema.

L'OPZIONE	IMPONE
Opzioni_Modalità Input *Variabile*: *Parola*	alle variabili di poter essere costituite da più di un carattere; il simbolo * della moltiplicazione non può essere sottinteso.

ESERCITAZIONE GUIDATA

Troviamo le coordinate del punto Q, sapendo che appartiene all'asse y e che è equidistante dai punti R e P. Il punto R ha coordinate (5; 0) e il punto P è l'intersezione fra le rette u di equazione $y = -\frac{3}{2}x + \frac{19}{2}$ e v di equazione $y = \frac{1}{2}x + \frac{15}{2}$.

Per verifica determiniamo le misure dei segmenti QR e QP.

Tracciamo il grafico che rappresenti i dati e i risultati.

Scriviamo lo schema del procedimento risolutivo

1. Troviamo le coordinate di P, risolvendo il sistema formato dalle equazioni delle due rette u e v.
2. Scriviamo $\overline{QP}$ in funzione dell'ordinata di Q, applicando la formula della distanza.
3. Analogamente scriviamo $\overline{QR}$ in funzione dell'ordinata di Q.
4. Troviamo l'ordinata di Q, risolvendo l'equazione: $\overline{QR}^2 = \overline{QP}^2$.

Troviamo le coordinate di *P*

- Entriamo in ambiente Derive e immettiamo nella zona algebrica le equazioni delle due rette u e v.

#1: $y = -\frac{3}{2}x + \frac{19}{2}$

#2: $y = \frac{1}{2}x + \frac{15}{2}$

- Per trovare le coordinate del punto P, usiamo il comando *Risolvi_Sistema*. Indichiamo che le equazioni sono due. Nella finestra di dialogo importiamo con il tasto F3 le due equazioni ed evidenziamo le incognite. Usciamo dalla finestra di dialogo con un clic su *Risolvi*.

#3: $\text{Risolvi\_Sistema}\left(\left[y = -\frac{3}{2}x + \frac{19}{2},\ y = \frac{1}{2}x + \frac{15}{2}\right], [x, y]\right)$

#4: $[x = 1 \wedge y = 8]$

Troviamo $\overline{QP}$ e $\overline{QR}$

#5: Modalità Input: = Parola

- Dopo aver indicato a Derive di considerare le variabili con più di un carattere, digitiamo e immettiamo la formula della distanza fra due punti.

#6: $d = \sqrt{((x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2)}$

- Con *Semplifica_Sostituisci variabili* ricaviamo $\overline{QR}$, inserendo le coordinate note di R e l'ascissa di Q, che vale 0, trovandosi il punto sull'asse y.

#7: $d = \sqrt{((0-5)^2 + (yq-0)^2)}$

Indichiamo l'ordinata di Q con yq.

- Operiamo similmente per la misura di $\overline{QP}$, inserendo le coordinate trovate di P.

#8: $d = \sqrt{((0-1)^2 + (yq-8)^2)}$

Troviamo l'ordinata di Q

- Impostiamo l'equazione risolvente $\overline{QR}^2 = \overline{QP}^2$.

Importiamo nella riga di editazione delle espressioni con opportuni clic e l'uso del tasto F3 i due radicandi, contenuti nelle etichette #7 e #8. Digitiamo fra loro il simbolo di uguaglianza e battiamo INVIO.

#9: $((0-5)^2 + (yq-0)^2) = ((0-1)^2 + (yq-8)^2)$

- Per ottenere l'ordinata del punto Q applichiamo il comando *Risolvi_Espressione* sull'etichetta #9.

#10: Risolvi_Espressione $(((0-5)^2 + (yq-0)^2) = ((0-1)^2 + (yq-8)^2), yq)$

- Le coordinate del punto Q sono $\left(0; \frac{5}{2}\right)$.

#11: $yq = \frac{5}{2}$

- Per svolgere una verifica facciamo clic sull'etichetta #7, poi sul bottone *Semplifica_Sostituisci Variabili*. Nella finestra di dialogo ignoriamo d e sostituiamo a yq il valore trovato $\frac{5}{2}$. Con OK otteniamo l'etichetta #12.

#12: $d = \sqrt{\left((0-5)^2 + \left(\frac{5}{2} - 0\right)^2\right)}$

- Usiamo il bottone *Semplifica_Base* e, nell'etichetta #13, riportiamo $\overline{RQ}$ nel formato algebrico esatto. Operiamo similmente sull'etichetta #8 per ottenere $\overline{PQ}$ e vediamo apparire la misura di PQ, la stessa di RQ, nell'etichetta #15.

#13: $d = \frac{5 \cdot \sqrt{5}}{2}$

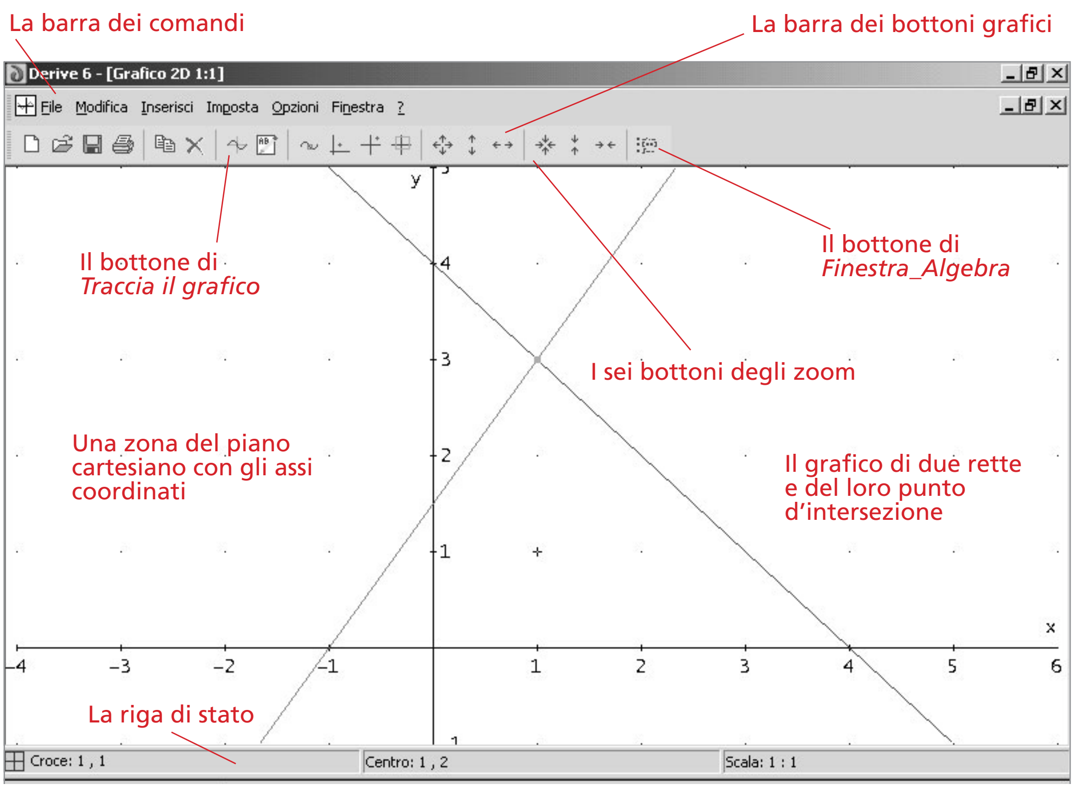
#14: $d = \sqrt{\left((0-1)^2 + \left(\frac{5}{2} - 8\right)^2\right)}$

#15: $d = \frac{5 \cdot \sqrt{5}}{2}$

Entriamo nell'ambiente grafico a due dimensioni di Derive

PER	DOBBIAMO FARE CLIC
entrare nell'ambiente grafico a due dimensioni	sul bottone dell'ambiente algebrico *Finestra_Grafica 2D*.
ritornare nella zona algebrica	sul bottone *Finestra_Algebra*.
tracciare il grafico di una curva	sul bottone *Traccia il grafico* dopo aver evidenziato l'equazione della curva nella zona algebrica ed essere entrati in grafica.
tracciare il grafico di una curva sovrapposto al precedente	sul bottone *Traccia il grafico* dopo essere ritornati in Algebra e aver evidenziato l'equazione della nuova curva.
disegnare un punto	sul bottone *Traccia il grafico* dopo aver evidenziato le coordinate del punto, scritte fra parentesi quadre e inserite nella zona algebrica.

PER	DOBBIAMO FARE CLIC
tracciare il grafico di una poligonale, di un segmento, di un triangolo ecc.	sul bottone *Traccia il grafico*, dopo aver evidenziato le coordinate dei punti, della poligonale, nella zona algebrica, scritte fra parentesi quadre a loro volta all'interno di una coppia di parentesi quadre. Dobbiamo anche aver digitato *Sì* nel campo *Collega Punti* del comando *Opzioni_Visualizzazione Punti*.
cancellare uno o più grafici	sul comando *Modifica_Cancella grafica* e scegliere quali grafici cancellare.
variare la scala	su uno dei sei bottoni degli zoom (ingrandisci, ingrandisci orizzontalmente, ingrandisci verticalmente, riduci, riduci orizzontalmente, riduci verticalmente).
spostare la croce	su un punto della zona del piano cartesiano visualizzata sullo schermo o sul comando *Imposta_Posizione della croce*.
variare la zona del piano visualizzata sullo schermo	sul comando *Imposta_Intervallo del grafico Minimo/massimo*, scegliendo poi i valori minimo e massimo per la x e per la y e il numero delle tacche da porre sugli assi cartesiani.
inserire dei testi nella zona del grafico	sul comando *Inserisci_Annotazione*, dopo aver posto con un clic la croce immediatamente sopra a dove desideriamo scrivere il testo.

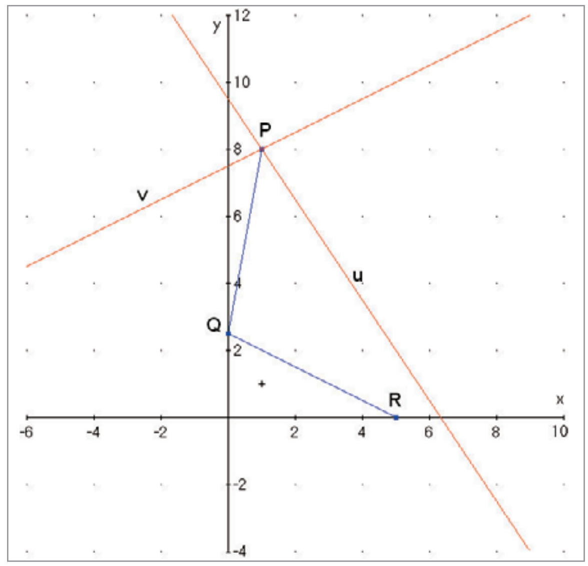


▲ **Figura 1** L'ambiente grafico a due dimensioni di Derive nella versione 6.

Tracciamo il grafico dei dati e dei risultati

- Per tracciare i segmenti PQ e QR, digitiamo nella riga di editazione delle espressioni le coordinate dei punti P, Q e R, ormai note, poste fra parentesi quadre a loro volta dentro una coppia di parentesi quadre e le immettiamo nella zona algebrica nell'etichetta #16.
- Entriamo nell'ambiente grafico e tracciamo i segmenti PQ e QR.
- Disegniamo poi le rette u e v, le cui equazioni sono conservate nelle etichette #1 e #2.
- Notiamo che il punto d'incontro fra le due rette rimane fuori dallo schermo. Per inquadrare i dati del problema apriamo la finestra di dialogo di *Imposta_Intervallo del grafico Minimo/massimo*. Nei campi *minimo*, *massimo* e *intervalli* per l'asse orizzontale digitiamo rispettivamente -6, 10 e 8 e nei campi per l'asse verticale digitiamo -4, 12 e 8.
- Rendiamo monometrico il sistema di riferimento cartesiano (un sistema cartesiano è monometrico quando le unità per la x e per la y hanno la stessa lunghezza) con il comando *Imposta_rapporto d'aspetto Resetta*.
- Per aumentare l'area utile dello schermo eliminiamo le barre dei simboli matematici e delle lettere greche scegliendo *Nascondi* nella tendina fatta apparire con un clic del tasto destro del mouse.
- Con *Inserisci_Annotazione* inseriamo i nomi dei punti e delle rette (figura 2).

$$\#16: \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & \dfrac{5}{2} \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$$



▲ Figura 2

Esercitazioni con Derive o con Wiris

Per ognuno dei seguenti problemi, prepara uno schema risolutivo. Attiva Derive o Wiris e determina i risultati, seguendo i passaggi scritti. Costruisci e stampa una sessione di lavoro. Traccia inoltre il grafico dei dati.

1 Determina le equazioni delle mediane e le coordinate del baricentro G del triangolo ABC, i cui lati hanno equazioni: $AB)\ y = \frac{2}{5}x - \frac{6}{5}$, $AC)\ y = x + 3, BC)\ y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.

$$\left[y = \frac{5}{8}x + \frac{3}{8}, y = \frac{1}{7}x - \frac{3}{7}, y = 4x + 6, G\left(-\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right)\right]$$

2 Determina le equazioni degli assi e le coordinate del circocentro R del triangolo ABC, i cui lati hanno equazioni: $AB)\ y = x - 1$, $AC)\ y = -2x + 3, BC)\ y = 5$.

$$\left[y = -x + \frac{19}{3}; y = \frac{1}{2}x + \frac{31}{12}; x = \frac{5}{2}; R\left(\frac{5}{2}; \frac{23}{6}\right)\right]$$

3 Determina le equazioni delle altezze e le coordinate dell'ortocentro T del triangolo ABC, i cui lati hanno equazioni: $AB)\ y = -\frac{5}{9}x + 2$, $AC)\ y = \frac{1}{9}x, BC)\ y = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$.

$$\left[y = \frac{9}{5}x + \frac{76}{105}; y = -9x - \frac{526}{3}; y = \frac{3}{2}x - \frac{25}{6}; T\left(-\frac{1027}{63}; -\frac{601}{21}\right)\right]$$

4 Determina la distanza fra i punti P e Q, sapendo che P è l'intersezione fra le rette r, di equazione $y = \frac{1}{2}x - 4$, e s, di equazione $y = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$, e Q è l'intersezione fra le rette u, di equazione $x = -2$, e v, di equazione $y = \frac{3}{2}x - 3$.

[$\overline{PQ} = 5$]

5 Trova la distanza d fra il punto D, intersezione fra le rette u: $y = -2$ e v: $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$, e la retta r passante per $T\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right)$ e parallela alla retta p: $y = 2x$.

$\left[d = \frac{33\sqrt{5}}{20}\right]$

6 Nel triangolo ABC, i cui vertici hanno coordinate $A(3; 2)$, $B(6; 6)$, $C(-1; 5)$, determina le equazioni della mediana, dell'altezza e dell'asse relative al lato AC e poi quelle relative al lato BC.

[$x - 2y + 6 = 0$, $4x - 3y - 6 = 0$, $8x - 6y + 13 = 0$; $7x + y - 23 = 0$]

7 Determina le coordinate dell'ortocentro T del triangolo ABC, di vertici $A(-2; -4)$, $B(6; -4)$, $C(2; 2)$.

$\left[T\left(2; -\frac{4}{3}\right)\right]$

8 Trova la distanza d fra le rette parallele r e s, sapendo che r passa per $A(0; 5)$ e per B, punto d'intersezione delle rette u: $x + y + 1 = 0$ e v: $x - y + 3 = 0$, e che s passa per l'origine.

[$d = \sqrt{5}$]

9 Date le equazioni delle rette su cui giacciono i tre lati del triangolo ABC:

$x + y + 12 = 0$,
$x + 3y - 14 = 0$,
$x - 2y + 6 = 0$,

determina le coordinate del circocentro R.

[$R(-10; 13)$]

Date le equazioni dei tre lati di un triangolo ABC, stabilisci se il triangolo è equilatero, isoscele o scaleno, se è acutangolo, rettangolo o ottusangolo.

10 $3x - 2y - 30 = 0$, $4x + 5y - 155 = 0$, $x - y - 14 = 0$. [scaleno e acutangolo]

11 $(48 + 25\sqrt{3})x - 11y - 100\sqrt{3} - 181 = 0$, $(48 - 25\sqrt{3})x - 11y - 100\sqrt{3} + 269 = 0$, $3x + 4y - 16 = 0$. [equilatero]

12 $(1 + \sqrt{10})x + 3y + 30 + 6\sqrt{10} = 0$, $x - 2y = 0$, $x - y + 2 = 0$. [isoscele e acutangolo]

13 $x + y - 3 = 0$, $x - y + 1 = 0$, $y + \sqrt{2} + 1 = 0$. [isoscele e rettangolo]

14 $x - y = 0$, $x + 2y = 0$, $x + y - 2 = 0$. [scaleno e rettangolo]

15 $x + 2y + 2 = 0$, $5x + 4y - 2 = 0$, $x + y - 2 = 0$. [scaleno e ottusangolo]