

LABORATORIO DI MATEMATICA

LE TRASFORMAZIONI GEOMETRICHE
NEL PIANO CARTESIANO

■ Le trasformazioni geometriche con Derive

ESERCITAZIONE GUIDATA

Troviamo l'equazione della retta r passante per i punti $A(-2; 1)$ e $B\left(1; \frac{5}{2}\right)$. Determiniamo l'equazione della retta s simmetrica di r rispetto all'asse y .

Determiniamo le coordinate dei punti A' e B' simmetrici rispetto all'asse y dei punti A e B . Troviamo l'equazione della retta passante per A' e per B' e verifichiamo che coincide con l'equazione di s .

Scriviamo una funzione di Derive

• Costruiamo una funzione che applichi la formula della retta passante per due punti. Con *Crea_Espressione* digitiamo $\text{RETTA2}(x1, y1, x2, y2) := y = (y2 - y1)/(x2 - x1) * (x - x1) + y1$ e la immettiamo nella zona algebrica.

#1: $\text{RETTA2}(x1, y1, x2, y2) :=$

$$y = \frac{y2 - y1}{x2 - x1} \cdot (x - x1) + y1$$

Troviamo l'equazione della retta r

• Impostiamo la funzione per trovare l'equazione della retta AB . Digitiamo $\text{RETTA2}(-2, 1, 1, 5/2)$ e la inseriamo nella zona algebrica.

#2: $\text{RETTA2}\left(-2, 1, 1, \frac{5}{2}\right)$

• La facciamo operare con *Semplifica_Sviluppa*, ottenendo l'equazione della r in #3.

#3:

$$y = \frac{x}{2} + 2$$

Determiniamo l'equazione della retta s

• Per determinare l'equazione della retta s applichiamo le equazioni della simmetria rispetto all'asse y , che sono: $x' = -x$ e $y' = y$ alla retta r . Diamo *Semplifica_Sostituisci variabili* sulla #3, sostituiamo $-x$ alla x , lasciamo inalterata la y , chiudiamo con un clic su *Semplifica* e otteniamo l'equazione della retta s in #4.

#4:

$$y = 2 - \frac{x}{2}$$

Determiniamo le coordinate di A' e di B'

• Immettiamo le coordinate di A e di B , digitando con *Crea_Espressione* $[-2, 1; 1, 5/2]$, seguita da INVIO.

#5: $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$

• Diamo *Crea_Espressione*, battiamo F3, importando le coordinate di A e di B nella riga di editazione delle espressioni $[-2, 1; 1, 5/2]$. Cambiamo il segno alle ascisse dei due punti $[2, 1; -1, 5/2]$ ottenendo le coordinate di A' e di B' .

#6: $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$

• Con INVIO le immettiamo nella zona algebrica.

Svolgiamo una verifica

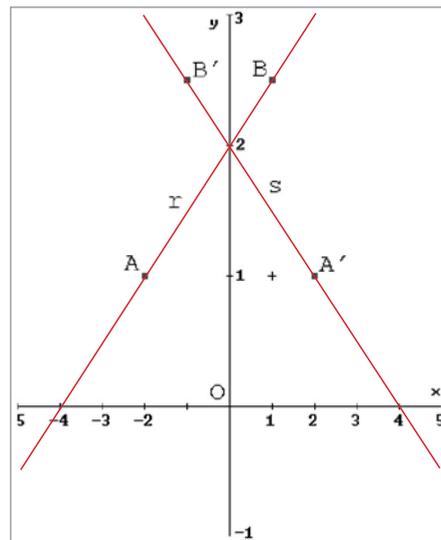
- Impostiamo la funzione per trovare l'equazione della retta $A'B'$. Digittiamo `RETTA2(2, 1, -1, 5/2)` e la inseriamo nella zona algebrica.
- La facciamo operare con `Semplifica_Sviluppa`, ottenendo in #8 l'equazione della retta passante per A' e per B' , che coincide con quella della retta s , la simmetrica della retta r rispetto all'asse y .

#7: $RETTA2\left(2, 1, -1, \frac{5}{2}\right)$

#8: $y = 2 - \frac{x}{2}$

Tracciamo i grafici dei punti e delle rette

- Evidenziamo l'etichetta #3, contenente l'equazione della retta r , con un clic sul bottone `Finestra_Grafica 2D` entriamo in ambiente grafico, dove usiamo il bottone `Traccia il grafico dell'espressione`, ottenendo il grafico della retta r .
- Operiamo similmente per la retta s , per i punti A e B , le cui coordinate sono nella #5, e per i punti A' e B' , le cui coordinate sono nella #6.
- Scriviamo i nomi dei quattro punti e delle due rette. Per ottenerlo poniamo la croce con un clic vicino a ognuno di essi, diamo `Inserisci_Annotazione` e nella finestra di dialogo digitiamo il nome.
- Inquadriamo la zona del piano cartesiano che ci interessa. Diamo `Imposta_Regione del grafico` e nella finestra di dialogo fissiamo i seguenti parametri: *Orizzontale: Lunghezza 10, Centro 0, Intervalli 10; Verticale: Lunghezza 4, Centro 1, Intervalli 4*. Al termine vediamo il grafico di figura 1.



▲ Figura 1 Il grafico della retta r , dei punti A e B e dei loro simmetrici rispetto all'asse y .

Esercitazioni con Derive o con Wiris

Con l'aiuto di Derive risolvi i seguenti problemi. Disegna le figure e le corrispondenti secondo le trasformazioni geometriche indicate e inserisci annotazioni che evidenzino la posizione dei punti e dei loro trasformati.

- 1 Applica al segmento $M(-5; 3), N(-3; 1)$ sia la composizione delle simmetrie assiali rispetto all'asse y e rispetto alla retta $y = x$, sia la rotazione di 90° in senso orario attorno all'origine.

$[(3; 5), (1; 3)]$

- 2 Trova l'intersezione con l'asse x del simmetrico rispetto alla retta $x = 4$ del segmento $H(-2; 8), K(6; -2)$.

$\left[\left(\frac{18}{5}; 0\right)\right]$

- 3 Applica ai vertici del quadrato $A(-5; 3), B(-3; 1), C(-1; 3), D(-3; 5)$, la simmetria rispetto alla retta $x = -1$ e poi l'omotetia di centro $O(0; 0)$ e rapporto $k = -\frac{1}{3}$.

$\left[(-1; -1), \left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right), \left(\frac{1}{3}; -1\right), \left(-\frac{1}{3}; -\frac{5}{3}\right)\right]$

4 Trova i vertici del triangolo simmetrico rispetto all'asse x del triangolo PQR i cui lati hanno equazioni:
 $PQ: y = -x + 4; PR: y = 2x + 7; QR: y = -\frac{1}{2}x - 3.$ [(-1; -5), (14; 10), (-4; 1)]

5 Determina le coordinate dei vertici del triangolo trasformato del triangolo $A(1; -1), B\left(-1; \frac{1}{2}\right), C\left(-2; -\frac{3}{2}\right)$, secondo l'omotetia con centro $O(0; 0)$ e rapporto $k = 2.$ [(2; -2), (-2; 1), (-4; -3)]