LABORATORIO DI MATEMATICA

LE TRASFORMAZIONI E LE CONICHE NEL PIANO CARTESIANO

Le trasformazioni geometriche con Derive

ESERCITAZIONE GUIDATA

Troviamo l'equazione della retta r passante per i punti $A(-2; 1)$ e $B\left(1; \frac{5}{2}\right)$. Determiniamo l'equazione della retta s simmetrica di r rispetto all'asse y.
Determiniamo le coordinate dei punti A' e B' simmetrici rispetto all'asse y dei punti A e B. Troviamo l'equazione della retta passante per A' e per B' e verifichiamo che coincide con l'equazione di s.

Scriviamo una funzione di Derive

- Costruiamo una funzione che applichi la formula della retta passante per due punti. Con *Crea_Espressione* digitiamo `RETTA2(x1, y1, x2, y2) := y = (y2 − y1)/(x2 − x1) * (x − x1) + y1` e la immettiamo nella zona algebrica.

#1: $\mathrm{RETTA2(x1, y1, x2, y2)} := \mathrm{y} = \dfrac{\mathrm{y2} - \mathrm{y1}}{\mathrm{x2} - \mathrm{x1}} \cdot (\mathrm{x} - \mathrm{x1}) + \mathrm{y1}$

Troviamo l'equazione della retta r

- Impostiamo la funzione per trovare l'equazione della retta AB. Digitiamo `RETTA2(−2, 1, 1, 5/2)` e la inseriamo nella zona algebrica.
- La facciamo operare con *Semplifica_Sviluppa*, ottenendo l'equazione della r in #3.

#2: $\mathrm{RETTA2}\left(-2, 1, 1, \dfrac{5}{2}\right)$

#3: $y = \dfrac{x}{2} + 2$

Determiniamo l'equazione della retta s

- Per determinare l'equazione della retta s applichiamo le equazioni della simmetria rispetto all'asse y, che sono: $x' = -x$ e $y' = y$ alla retta r. Diamo *Semplifica_Sostituisci variabili* sulla #3, sostituiamo $-x$ alla x, lasciamo inalterata la y, chiudiamo con un clic su *Semplifica* e otteniamo l'equazione della retta s in #4.

#4: $y = 2 - \dfrac{x}{2}$

Determiniamo le coordinate di A' e di B'

- Immettiamo le coordinate di A e di B, digitando con *Crea_Espressione* `[−2, 1; 1, 5/2]`, seguita da INVIO.
- Diamo *Crea_Espressione*, battiamo F3, importando le coordinate di A e di B nella riga di editazione delle espressioni `[−2, 1; 1, 5/2]`. Cambiamo il segno alle ascisse dei due punti `[2, 1; −1, 5/2]` ottenendo le coordinate di A' e di B'.
- Con INVIO le immettiamo nella zona algebrica.

#5: $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & \dfrac{5}{2} \end{bmatrix}$

#6: $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & \dfrac{5}{2} \end{bmatrix}$

Svolgiamo una verifica

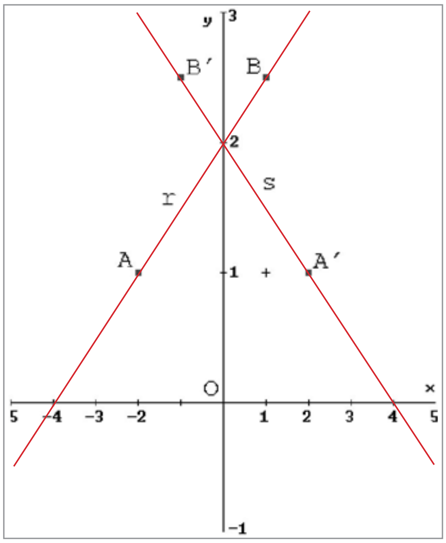
- Impostiamo la funzione per trovare l'equazione della retta $A'B'$. Digitiamo `RETTA2(2, 1, −1, 5/2)` e la inseriamo nella zona algebrica.
- La facciamo operare con *Semplifica_Sviluppa*, ottenendo in #8 l'equazione della retta passante per A' e per B', che coincide con quella della retta s, la simmetrica della retta r rispetto all'asse y.

$$\#7: \ \mathtt{RETTA2}\left(2,\ 1,\ -1,\ \frac{5}{2}\right)$$

$$\#8: \qquad y = 2 - \frac{x}{2}$$

Tracciamo i grafici dei punti e delle rette

- Evidenziamo l'etichetta #3, contenente l'equazione della retta r, con un clic sul bottone *Finestra_Grafica 2D* entriamo in ambiente grafico, dove usiamo il bottone *Traccia il grafico dell'espressione*, ottenendo il grafico della retta r.
- Operiamo similmente per la retta s, per i punti A e B, le cui coordinate sono nella #5, e per i punti A' e B', le cui coordinate sono nella #6.
- Scriviamo i nomi dei quattro punti e delle due rette. Per ottenerlo poniamo la croce con un clic vicino a ognuno di essi, diamo *Inserisci_Annotazione* e nella finestra di dialogo digitiamo il nome.
- Inquadriamo la zona del piano cartesiano che ci interessa. Diamo *Imposta_Regione del grafico* e nella finestra di dialogo fissiamo i seguenti parametri: *Orizzontale*: *Lunghezza* 10, *Centro* 0, *Intervalli* 10; *Verticale*: *Lunghezza* 4, *Centro* 1, *Intervalli* 4. Al termine vediamo il grafico di figura 1.



▲ **Figura 1** Il grafico della retta r, dei punti A e B e dei loro simmetrici rispetto all'asse y.

Esercitazioni con Derive o con Wiris

Con l'aiuto di Derive risolvi i seguenti problemi. Disegna le figure e le corrispondenti secondo le trasformazioni geometriche indicate e inserisci annotazioni che evidenzino la posizione dei punti e dei loro trasformati.

1 Applica al segmento $M(-5; 3)$, $N(-3; 1)$ sia la composizione delle simmetrie assiali rispetto all'asse y e rispetto alla retta $y = x$, sia la rotazione di 90° in senso orario attorno all'origine.

$[(3; 5), (1; 3)]$

2 Trova l'intersezione con l'asse x del simmetrico rispetto alla retta $x = 4$ del segmento $H(-2; 8)$, $K(6; -2)$.

$\left[\left(\frac{18}{5}; 0\right)\right]$

3 Applica ai vertci del quadrato $A(-5; 3)$, $B(-3; 1)$, $C(-1; 3)$, $D(-3; 5)$, la simmetria rispetto alla retta $x = -1$ e poi l'omotetia di centro $O(0; 0)$ e rapporto $k = -\frac{1}{3}$.

$\left[(-1; -1), \left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right), \left(\frac{1}{3}; -1\right), \left(-\frac{1}{3}; -\frac{5}{3}\right)\right]$

4 Trova i vertici del triangolo simmetrico rispetto all'asse x del triangolo PQR i cui lati hanno equazioni: PQ: $y = -x + 4$; PR: $y = 2x + 7$; QR: $y = -\frac{1}{2}x - 3$. $[(-1; -5), (14; 10), (-4; 1)]$

5 Determina le coordinate dei vertici del triangolo trasformato del triangolo $A(1; -1)$, $B\left(-1; \frac{1}{2}\right)$, $C\left(-2; -\frac{3}{2}\right)$, secondo l'omotetia con centro $O(0; 0)$ e rapporto $k = 2$. $[(2; -2), (-2; 1), (-4; -3)]$