

LABORATORIO DI MATEMATICA

LE TRASFORMAZIONI GEOMETRICHE

■ Le trasformazioni geometriche con Cabri

DATO UN OGGETTO, PER OTTENERE IL TRASFORMATO ATTRAVERSO	DOBBIAMO FARE CLIC SU TRASFORMAZIONI, SU
una simmetria assiale	<i>Simmetria assiale</i> , sull'oggetto e su una retta (l'asse di simmetria).
una simmetria centrale	<i>Simmetria centrale</i> , sull'oggetto e su un punto (il centro di simmetria).
una traslazione	<i>Traslazione</i> , sull'oggetto e su un vettore (il vettore della traslazione).
una rotazione	<i>Rotazione</i> , sull'oggetto, su un punto (il centro di rotazione) e su un numero (l'angolo di rotazione). Se il numero è positivo, Cabri ruota l'oggetto in senso antiorario.
una omotetia	<i>Omotetia</i> , su un punto e su un numero (il centro e il rapporto di omotetia).

PER OTTENERE	ATTIVIAMO	FACCIAMO CLIC
l'inserimento di un numero	<i>Testo e simboli_Numeri</i>	sulla posizione dove desideriamo venga posto e digitiamo il suo valore dalla tastiera.
un vettore	<i>Oggetti rettilinei_Vettore</i>	sul punto dove desideriamo sia posta l'origine del vettore, e su un secondo punto, che determina il modulo, la direzione e il verso del vettore.

Nella casella *Manipolazione* troviamo gli strumenti *Dilata*, *Ruota*, *Ruota e dilata*, che assomigliano ad alcuni strumenti della casella *Trasformazione*. Con gli strumenti della casella *Manipolazione* otteniamo la figura trasformata e non rimane la figura originale, come, invece, otteniamo dagli strumenti della casella *Trasformazione*. Usiamo, quindi, i primi per sistemare una figura nella posizione della zona del disegno e nella forma più utili per i passaggi successivi, i secondi per studiare le trasformazioni nel piano.

ESERCITAZIONE GUIDATA

Verifichiamo la proprietà commutativa nella composizione di due simmetrie. Applichiamo a un triangolo ABC una simmetria assiale con asse una retta r e poi una simmetria di centro un punto O appartenente a r . Verifichiamo se la composizione delle due simmetrie gode della proprietà commutativa. Controlliamo poi se la proprietà commutativa vale quando il punto O non appartiene alla retta r .

Applichiamo al triangolo la composizione delle due simmetrie

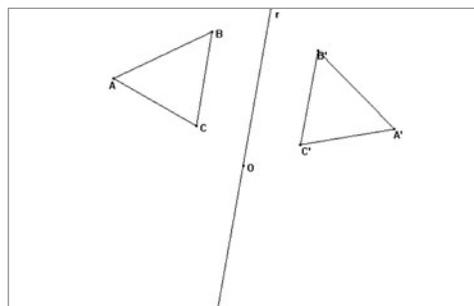
- Tracciamo la retta r con *Oggetti rettilinei_Retta*, il punto O , su di essa, con *Punti_Punto su un oggetto* e il triangolo ABC con *Oggetti rettilinei_Triangolo*.
- Attiviamo *Trasformazioni_Simmetria assiale*, facciamo clic sul triangolo ABC e sulla retta r , otteniamo il triangolo simmetrico di ABC rispetto alla retta r . Lo chiamiamo $A'B'C'$ (figura 1).
- Attiviamo *Trasformazioni_Simmetria centrale*, facciamo clic sul triangolo $A'B'C'$ e sul punto O , otteniamo il triangolo simmetrico di $A'B'C'$ rispetto al punto O . Lo chiamiamo $A''B''C''$.

Scambiamo l'ordine di applicazione delle due simmetrie

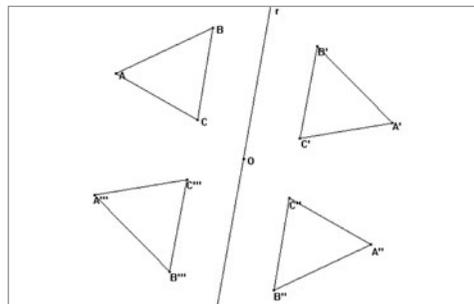
- Attiviamo *Trasformazioni_Simmetria centrale*, facciamo clic sul triangolo ABC e sul punto O , otteniamo il triangolo simmetrico di ABC rispetto al punto O . Lo chiamiamo $A''B''C''$.
- Attiviamo *Trasformazioni_Simmetria assiale*, facciamo clic sul triangolo $A''B''C''$ e sulla retta r , otteniamo il triangolo simmetrico di $A''B''C''$, rispetto alla retta r . Esso coincide con $A'''B'''C'''$ (figura 2). Abbiamo trovato una situazione nella quale la proprietà commutativa è valida. Per confermarlo, possiamo spostare in diverse posizioni il triangolo ABC o la retta r o il punto O .

Poniamo il centro di simmetria fuori dall'asse di simmetria

- Tracciamo la retta r , un punto O' fuori da essa e il triangolo ABC . Applicamo al triangolo ABC la simmetria assiale di asse r e al triangolo trasformato la simmetria centrale di centro O' .
- Scambiando l'ordine delle due trasformazioni del triangolo ABC , giungiamo a un triangolo in posizione diversa da quella precedente. Notiamo, quindi, che nella composizione delle trasformazioni la proprietà commutativa non è valida (figura 3).

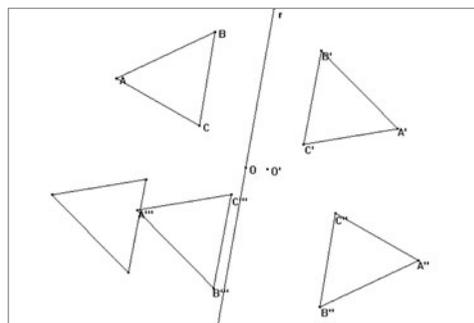


▲ Figura 1



▲ Figura 2

▼ Figura 3



■ Esercitazioni con Cabri e con Geogebra

Svolgi le seguenti esercitazioni.

- 1 Applica a un esagono regolare $ABCDEF$ la composizione di due simmetrie assiali, di assi le due rette a e b parallele e non intersecanti l'esagono, e la traslazione di un vettore di direzione perpendicolare alle due rette e di modulo il doppio della distanza fra le due rette. Indica qual è il verso del vettore che fa sovrapporre le due immagini dell'esagono.
- 2 Applica a un rettangolo $ABCD$ la composizione di due simmetrie assiali, di assi le due rette a e b , non parallele e non perpendicolari fra loro, e la rotazione dell'angolo, dato dall'ampiezza dell'angolo acuto formato dalle due rette, e di centro il punto O , intersezione delle due rette. Indica come deve essere orientato l'angolo, affinché le due immagini coincidano.
- 3 Applica a un triangolo scaleno ABC : a) la composizione di due simmetrie assiali, di assi le due rette x e y , perpendicolari fra loro e intersecantesi nel punto O ; b) la rotazione di un angolo di 180° e di centro O ; c) la simmetria centrale, di centro O . Indica se le tre immagini coincidono.
- 4 Applica a un quadrato $ABCD$ la composizione di due trasformazioni: la traslazione di un vettore \vec{u} e l'omotetia di centro un punto O e rapporto -3 . Scambia l'ordine delle due trasformazioni e indica se l'operazione di composizione è commutativa.
- 5 Applica a un triangolo ABC la simmetria centrale, di centro un punto O , al di fuori di esso. Verifica che i segmenti che congiungono i vertici corrispondenti passano per il punto O .
- 6 Applica a un triangolo equilatero delle rotazioni, attorno al centro del triangolo, multiple di 30° , sino a raggiungere la rotazione di 360° . Segna l'angolo quando un'immagine si sovrappone all'originale.
- 7 Applica a un quadrato delle rotazioni multiple di 30° , attorno al centro del quadrato, sino a raggiungere la rotazione di 180° . Segna l'angolo quando un'immagine si sovrappone all'originale.
- 8 Applica a un pentagono regolare delle rotazioni, attorno al centro del pentagono, multiple di 15° , sino a raggiungere la rotazione di 180° . Segna l'angolo quando un'immagine si sovrappone all'originale.
- 9 Applica a un segmento AB una composizione di due rotazioni attorno allo stesso punto O , la prima di 90° , la seconda di 45° . Indica una rotazione con la quale puoi ottenere la stessa immagine.
- 10 Disegna un triangolo isoscele ABC di base AB . Trasla il triangolo, rispettivamente, secondo i vettori \vec{AB} , \vec{BC} e \vec{AC} .
- 11 Applica a un triangolo ABC un'omotetia di centro un punto O e rapporto $\frac{2}{5}$ e al trasformato un'omotetia di rapporto $\frac{5}{2}$ e centro lo stesso punto. Verifica che ottieni il triangolo originale.
- 12 Disegna una semiretta s di origine il punto O e su di essa evidenzia due punti A e B . Traccia un triangolo PQR e ricava attraverso un'omotetia di centro un punto S e rapporto $\frac{OB}{OA}$ il triangolo $P'Q'R'$. Misura le ampiezze degli angoli \widehat{PQR} e $\widehat{P'Q'R'}$. Determina i rapporti fra le misure dei lati PQ e $P'Q'$ e delle due aree dei triangoli. Afferra il punto B e muovilo sulla semiretta. Osserva la variazione del triangolo $P'Q'R'$, delle ampiezze dei due angoli e dei rapporti di omotetia, dei due lati e delle due superfici.
- 13 Applica a un esagono $ABCDEF$ la composizione delle seguenti trasformazioni: quattro traslazioni di vettore \vec{AD} , una simmetria assiale di asse la retta BC e quattro traslazioni di vettore \vec{DA} .
- 14 Pavimenta una zona del disegno con triangoli equilateri. Annota le trasformazioni che usi.
- 15 Pavimenta una zona del disegno con quadrati ed esagoni regolari. Annota le trasformazioni che usi.