METTITI ALLA PROVA

1 Dato un triangolo acutangolo ABC inscritto in una circonferenza di centro O, si tracci la bisettrice dell'angolo $B\hat{A}C$; detta D la sua intersezione con BC, si conduca da D la perpendicolare alla retta AO e si supponga che essa incontri la retta passante per A e per C in un punto P interno al segmento AC. Si dimostri che $AB = AP$.

(*Olimpiadi della matematica*, *Gara Nazionale*, 1995)

2 Dimostrare che un pentagono inscritto in una circonferenza, e tale che ogni sua diagonale sia parallela a un lato, è necessariamente regolare.

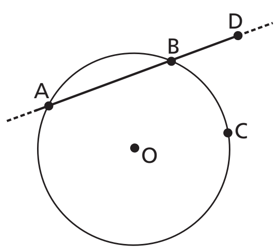
(*Olimpiadi della matematica*, *Gara Provinciale*, 1999)

3 Disegna un triangolo isoscele ABC con l'angolo al vertice C congruente a $\frac{2}{3}$ di un angolo piatto.

Sulla stessa base, dalla parte opposta al triangolo, disegna il rettangolo $ABDE$, in modo che risulti $BD \cong BC$. Disegna infine un triangolo EDF esterno al rettangolo congruente a quello dato, sulla base ED. Dimostra che la figura ottenuta $AEFDBC$ è un esagono regolare.

4 Disegna un quadrato $ABCD$. Prolunga nello stesso verso i lati AB, BC, CD e DA di segmenti BE, CF, DM, AN, tutti congruenti al lato. Congiungi i punti ottenuti. Dimostra che:
a) $EFMN$ è un quadrato;
b) le circonferenze circoscritte ai due quadrati sono concentriche.

5 TEST Siano A, B, C tre punti su una circonferenza di centro O. Sia D un punto esterno alla circonferenza situato sulla retta AB dalla parte di B. Sapendo che $C\hat{B}D = 72°$, quanto misura l'angolo $A\hat{O}C$?



A 135° B 144° C 153° D 162° E 171°

(*Olimpiadi della matematica, Giochi di Archimede,* 2004)

6 Sia $ABCD$ un quadrilatero convesso inscrivibile in una circonferenza e tale che le diagonali AC e BD siano perpendicolari. Detto P il punto di intersezione di AC e BD, dimostra che la perpendicolare da P a ciascun lato biseca il lato opposto.

(*Olimpiadi della matematica, Cortona,* 1995)

7 Sia ABC un triangolo tale che l'angolo $A\hat{C}B = 60°$. Sia M il punto medio del lato AB e siano H e K i piedi delle altezze che partono, rispettivamente, da B e da A. Dimostra che HMK è equilatero.
(Suggerimento. $ABHK$ è inscrivibile…)

(*Olimpiadi della matematica, Gara provinciale,* 2001)

8 TEST In un triangolo ABC si tracciano le bisettrici da B e da C che incontrano rispettivamente i lati AC e AB in D ed E. Detto I il punto di incontro delle bisettrici, si sa che il quadrilatero $IDAE$ è inscrivibile in una circonferenza. Allora l'angolo in A vale:

A 30°.

B 45°.

C 60°.

D 90°.

E non si può determinare in modo univoco.

(*Olimpiadi della matematica, Giochi di Archimede,* 2004)