METTITI ALLA PROVA

1 È dato un rettangolo la cui dimensione maggiore supera di 2 cm la minore. Determina il lato minore in modo tale che la somma fra l'area del rettangolo e 8 cm^2 sia maggiore del doppio dell'area del quadrato costruito sullo stesso lato minore.
$[0 \leq x < 4]$

2 Si considerino le lunghezze seguenti:

$a + 2x, \quad a - x, \quad 2a - x,$

dove a è una lunghezza nota non nulla e x è una lunghezza incognita. Determina per quali valori di x le lunghezze si possono considerare quelle dei lati di un triangolo non degenere.
(*Esame di Stato* 2002, *sessione ordinaria*)

(Suggerimento. In un triangolo un lato è sempre minore della somma…)
$\left[0 < x < \frac{a}{2}\right]$

3 Al centro di una piazza rettangolare lunga 10 m e larga 6 m, si trova un'aiuola, anch'essa rettangolare, con le dimensioni dimezzate rispetto a quelle della piazza. Si vuole ingrandire l'aiuola, aumentando le dimensioni della sua recinzione di una stessa quantità x espressa in metri. I tecnici del Comune pongono come vincolo che l'area occupata dall'aiuola sia maggiore dei $\frac{77}{240}$ della superficie della piazza, ma minore dei $\frac{2}{5}$ della stessa. Di quanto è possibile aumentare le dimensioni della recinzione dell'aiuola?
$\left[\frac{1}{2} < x < 1\right]$

4 TEST Siano x e y due numeri reali tali che $x > y$. Quali delle seguenti disuguaglianze è sempre verificata?

A $x^2 > xy$
B $x^2 > y^2$
C $\frac{x}{y} > 1$
D $x^3 > y^3$
E $x^4 > y^4$

(*Olimpiadi della matematica, Giochi di Archimede,* 1999)

5 È data l'equazione $x^2 + 2kx + 5k^2 + 1 = 0$ nell'incognita x. Determina per quali valori di k l'equazione ammette soluzioni reali e discordi.
$[\nexists k \in \mathbb{R}]$

6 Stabilisci per quali valori reali del parametro b la retta di equazione

$$(b^2 - 1)x - (b^2 - b - 6)y + 2b + 1 = 0$$

ha ordinata all'origine positiva.
$\left[-2 < b < -\frac{1}{2} \vee b > 3\right]$

7 Le diagonali di un rombo differiscono di 2 cm. Determina la diagonale maggiore in modo che l'area del rombo sia maggiore di 1,5 cm^2, mentre il quadrato del lato sia minore di 3,625 cm^2.
$\left[3 < x < \frac{7}{2}\right]$