

# METTITI ALLA PROVA

- 1** Ai 35 bambini di due classi della scuola elementare viene chiesto se al pomeriggio guardano la TV o giocano con il computer. Ecco alcuni dati ricavati:

solo TV	18
solo computer	3
né TV né computer	2

Quanti bambini guardano la TV? E quanti giocano con il computer? [30; 15]

- 2** Lo zio di Mario, che gestisce un'agenzia di viaggi, promette una ricompensa al nipote se gli fornirà una statistica ben fatta su come i suoi compagni di scuola passano le vacanze. Dovrà distinguere tra coloro che vanno al mare, coloro che vanno in montagna e coloro che fanno viaggi. Mario consegna allo zio questi dati:

studenti intervistati	100
tutti i tre tipi di vacanza	1
mari e monti	12
mare e viaggi	4
monti e viaggi	3
mare	53
monti	38
viaggi	5

Lo zio non darà la ricompensa a Mario. Perché?

- 3** Dato l'insieme  $A$  di numeri naturali minori o uguali a 100, determina l'insieme  $B$  tale che  $A \cap B = \emptyset$  e  $A \cup B = \mathbb{N}$ . Di quale insieme si tratta?  
[ $B = \{x \in \mathbb{N} | x > 100\}$ ; è il complementare di  $A$ ]

- 4** Dati gli insiemi  $A = \{x \in \mathbb{N} | x \text{ multiplo di } 2\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{N} | x < 22\}$ , verifica che  $A \cup B = \overline{A \cap B}$  e che  $A \cap B = \overline{A \cup B}$ . Dimostra che queste uguaglianze sono vere per qualsiasi coppia di insiemi  $A$  e  $B$ .

- 5** Dati gli insiemi:

$$A = \{n \in \mathbb{Z} | -3 \leq n < 5\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} | x = 2n - 1, n \in A\},$$

$$C = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid x = \frac{3n - 2}{2}, n \in A\right\},$$

determina  $C \cap B$ ,  $C \cup B$  e  $B - C$ .

$$[C \cap B = \{-1, 5\}; C \cup B = \{-7, -5, -4, -3, -1, 1, 2, 3, 5, 7\}; B - C = \{-7, -5, -3, 1, 3, 7\}]$$

- 6** **TEST** In Canada parte della popolazione parla solo inglese, parte solo francese e parte parla entrambe le lingue. Se l'85% della popolazione parla inglese e il 75% parla francese, quale percentuale della popolazione parla entrambe le lingue?

A 50%  B 57%  C 25%  D 60%  E 40%

(Gara Kangourou di matematica, Categoria Cadet, 2002)

- 7** Sia  $A$  l'insieme dei numeri rappresentati dalle prime due cifre di una password.  $B$  è un suo sottoinsieme formato dai multipli di 6 e  $C$  è un suo sottoinsieme formato dai multipli di 9. Descrivi gli insiemi  $B \cap C$ ,  $B - C$ ,  $\overline{B_A} \cap C$ .

$$[B \cap C = \{18, 36, 54, 72, 90\};$$

$$B - C = \{6, 12, 24, 30, 42, 48, 60, 66, 78, 84, 96\};$$

$$\overline{B_A} \cap C = \{9, 27, 45, 63, 81, 99\}]$$

- 8** Sono dati gli insiemi  $A = \{x \in \mathbb{Z} | x > -3\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{Z} | x < 3n + 12, n \in \mathbb{Z}\}$ .

Determina per quale valore di  $n$  risulta  $A \cap B = \{-2, -1\}$ .

Per quale  $n$  vale  $A - B = \{x \in \mathbb{Z} | x \geq 6\}$ ?

$$[n = -4; n = -2]$$

- 9** **TEST** In una scuola il 60% degli studenti è di sesso maschile, il 90% è minorenni e il 60% ha i capelli castani. Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera?

A C'è almeno una ragazza maggiorenne.  
 B C'è almeno una ragazza con i capelli castani.  
 C C'è almeno un ragazzo minorenni e castano.  
 D Non ci sono ragazzi maggiorenni e castani.  
 E C'è almeno un ragazzo biondo.

(Olimpiadi della matematica, Giochi di Archimede, 2000)

**10** Considera i due enunciati aperti:

$A(n)$ : « $n$  è positivo»,  
 $B(n)$ : « $n^2$  è positivo», dove  $n \in \mathbb{Z}$ .

È vero  $A(n) \rightarrow B(n)$ ? È vera l'implicazione inversa per ogni intero  $n$ ? Motiva le tue risposte. [V; F]

**11** È data l'implicazione  $\underline{P} \rightarrow Q$  che viene indicata come **diretta**, mentre  $\overline{P} \rightarrow \overline{Q}$  è detta contraria,  $Q \rightarrow P$  è detta **inversa** e infine  $\overline{Q} \rightarrow \overline{P}$  è la contronominale. Utilizzando le tavole di verità verifica che la contronominale è equivalente alla diretta.

**12** Considera gli enunciati aperti  $A(n)$ : « $n$  è pari»,  $B(n)$ : « $n^2$  è pari», dove  $n \in \mathbb{Z}$ . È vero  $A(n) \leftrightarrow B(n)$ ? Spiega la tua risposta. [V]


**13** Dati gli enunciati aperti  $P(x)$ : « $x$  è multiplo di 4» e  $Q(x)$ : « $x$  è multiplo di 2», con  $x \in \mathbb{N}$ , stabilisci il valore di verità delle seguenti implicazioni:

- a)  $\exists x$  tale che  $P(x) \rightarrow Q(x)$ ;
- b)  $\forall x, P(x) \rightarrow Q(x)$ ;
- c)  $\exists x$  tale che  $\overline{P(x)} \rightarrow \overline{Q(x)}$ ;
- d)  $\forall x, \overline{Q(x)} \rightarrow \overline{P(x)}$ .

[a) V; b) V; c) F; d) V]


**14** Sopra un tavolo ci sono tre scatole, una verde, una bianca e una rossa, e solo una contiene un tesoro. Sulla scatola verde c'è scritto «una delle altre due scatole contiene il tesoro»; sulla bianca «questa scatola ha lo stesso contenuto della verde»; sulla scatola rossa «il tesoro si trova nella scatola verde». Sapendo che il tesoro sta nella scatola con l'unica etichetta falsa, sapresti dire dove si trova? [nella rossa]

TEST

**15**  In ogni scuola c'è almeno una classe in cui sono tutti promossi. Volendo negare questa affermazione, quale dei seguenti enunciati sceglieresti?

- A In ogni scuola c'è almeno una classe in cui sono tutti bocciati.
- B In ogni scuola c'è almeno un bocciato in tutte le classi.
- C C'è almeno una scuola che ha almeno un bocciato in ogni classe.
- D C'è almeno una scuola che ha dei promossi in ogni classe.
- E C'è almeno una scuola in cui c'è una classe che ha almeno un bocciato.

(Olimpiadi della matematica, Giochi di Archimede, 1999)

**16**  Ieri non ho fatto colazione e sono andato a scuola, mentre l'altro ieri ho fatto colazione e sono andato a scuola. Quali delle frasi seguenti posso pronunciare senza essere bugiardo?

- A Quando faccio colazione non vado mai a scuola.
- B Tutte le volte che vado a scuola non faccio colazione.
- C Ogni volta che vado a scuola faccio colazione.
- D Talvolta vado a scuola senza fare colazione.
- E Quando non faccio colazione non vado mai a scuola.

(Olimpiadi della matematica, Giochi di Archimede, 1996)

**17** La mamma vuol sapere chi dei suoi 4 figli ha nascosto il regalo per il compleanno del papà. Essi fanno le seguenti affermazioni:

Aldo: «Non sono stato io»;

Carlo: «È stato Dino»;

Bruno: «Non sono stato io»;

Dino: «È stato Bruno».

Se tutti tranne uno hanno detto la verità, chi ha mentito?

- A Aldo.
- B Bruno.
- C Carlo.
- D Dino.
- E Non si può stabilire con certezza.

*(Gara Kangourou di matematica, Categoria Cadet, 2002)*

**18** Carlo è un tipo strano: ogni giorno o mente sempre o dice sempre la verità, alternando il suo comportamento al variare dei giorni. Oggi egli ha fatto 4 delle 5 affermazioni seguenti. Quale non può avere fatto?

- A Il numero dei miei amici è un numero primo.
- B I miei amici sono tanti quante le mie amiche.
- C Io mi chiamo Carlo.
- D Io dico la verità ogni singolo giorno della mia vita.
- E Tra i miei amici e le mie amiche, tre sono più vecchi di me.

*(Gara Kangourou di matematica, Categoria Cadet, 2005)*