

# METTITI ALLA PROVA

**1** Quali sono i valori di  $k \in \mathbb{Z}$  che rendono scomponibile il trinomio  $x^2 - kx - 7$  in fattori di primo grado? [ $k = \pm 6$ ]

**2** Considera il quadrinomio  $x^2a^2 - x^2 - 4a^2 + 4$ .

- Scomponilo in fattori.
- Per quale valore di  $a \in \mathbb{R}$  il polinomio può essere scritto nella forma  $(2 - x)(2 + x)$ ?
- Per quale valore di  $x \in \mathbb{R}^+$  il polinomio può essere scritto nella forma  $21(a - 1)(a + 1)$ ?

[a]  $(x - 2)(x + 2)(a - 1)(a + 1)$ ; b)  $a = 0$ ; c)  $x = 5$

**3** Trova il più piccolo valore  $m \in \mathbb{Q}$ , per cui  $x^{2m+1} - 9$  è scomponibile nella differenza di quadrati. Dimostra che per tale valore il binomio dato può essere scritto nella forma  $(-x - 3)(3 - x)$ . Esiste un  $m \in \mathbb{N}$  tale che il binomio dato sia la differenza di quadrati? Motiva la risposta.

$$\left[ m = \frac{1}{2}; \text{non esiste} \right]$$

**4** Determina le costanti  $A$  e  $B$  per le quali la frazione algebrica  $\frac{x+7}{(x-1)(x+3)}$  è uguale alla seguente somma:  $\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+3}$ . [ $A = 2; B = -1$ ]

**5** È data la frazione algebrica  $\frac{2x^2 + x - 3}{x^2 - 1}$ .

- I polinomi al numeratore e al denominatore sono completi?
- Il polinomio al numeratore è divisibile per  $x + 1$ ? E per  $x - 1$ ?
- Quali sono le condizioni di esistenza della frazione algebrica?
- È una frazione già ridotta? In caso contrario, esegui la riduzione.
- Qual è il grado del quoziente se si esegue la divisione fra numeratore e denominatore? Qual è il resto della divisione?

[a] sì al num.; no al den.; b) no; sì; c)  $x \neq \pm 1$ ;  
d) no;  $\frac{2x+3}{x+1}$ ; e) 0;  $x - 1$

**6** Per quale valore di  $k$  è possibile ridurre la frazione algebrica  $\frac{2a^2 + 2ka - a - k}{a^2 + a - 2}$ , in modo da ottenere  $\frac{2a - 1}{a - 1}$ ? [2]

**7** Data la frazione algebrica  $\frac{3x + 1}{x + 7}$ , determina il minimo  $x \in \mathbb{N}$  per il quale la frazione diventa impropria.

Esistono valori di  $x \in \mathbb{N}$  per i quali la frazione data è uguale a un numero intero?


[ $x = 4; x = 3$  oppure  $x = 13$ ]

**8** Considera il polinomio

$$3x^3 - 2x^2y + 6x^2 - xy^2 - 4xy - 2y^2.$$

- Scomponilo in fattori.
- Per quale valore di  $x \in \mathbb{N}$  il polinomio può essere scritto nella forma  $4(2 - y)(y + 6)$ ?
- Per quale valore di  $y \in \mathbb{N}$  il polinomio può essere scritto nella forma  $(x^2 - 4)(y + 3x)$ ?

[a]  $(x - y)(x + 2)(y + 3x)$ ; b)  $x = 2$ ; c)  $y = 2$

**9**  **TEST** Per quanti valori di  $a$  il polinomio  $(x - 1)(x^2 - a^2)(x^2 - a - 1)$  è divisibile per  $x^2 + x - 2$ ?

[A] 1 [B] 2 [C] 3 [D] 5 [E] Nessuno.

(Olimpiadi della matematica, Gara Senior, 1990).

**10** Se  $x$  e  $y$  sono due numeri interi strettamente positivi tali che si abbia  $x + y + xy = 90$ , quanti sono i possibili valori della somma  $x + y$ ? (Suggerimento. Somma 1 a entrambi i membri dell'uguaglianza e raccogli.)

(Gara Kangourou di matematica, Categoria Cadet, 2005)

[Solo un valore,  $x + y = 18$ ]

**11** **TEST** Quante sono le coppie di numeri interi positivi  $m, n$  (con  $m > n$ ) tali che  $m^2 = n^2 + 17$ ?

[A] Nessuna. [D] Quattro.  
[B] Una. [E] Infinite.  
[C] Due.

(Gara Kangourou di matematica, Categoria Junior, 2005)