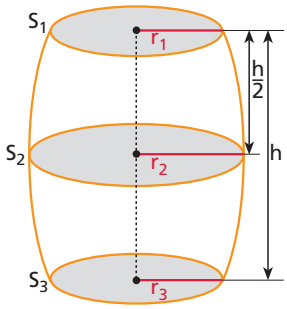
MATEMATICA PER IL CITTADINO

LA BOTTE DI VINO

Non è facile calcolare esattamente il volume di una botte di vino. Probabilmente il primo che ci provò, volendo quantificare il vino presente nella sua cantina, fu l'astronomo tedesco Johannes Kepler (1571-1630), che nel 1615 scrisse il libro *Nova stereometria doliorum vinariorum*, in cui presentò alcune formule utili per determinare il volume delle botti.



Una formula sufficientemente approssimata considera le superfici S_1, S_2 e S_3, dove S_1 e S_3 sono le superfici delle basi della botte e S_2 è quella del cerchio massimo (solitamente a metà dell'altezza della botte), e l'altezza h.
Il volume V della botte è dato dalla relazione:

$$V = \frac{1}{6}h(S_1 + 4S_2 + S_3).$$

1. Considerando che le superfici S_1, S_2 e S_3 sono cerchi la cui area è data dalla relazione $S = \pi r^2$, dove il raggio r è metà del diametro d, $r = \frac{d}{2}$, quale delle seguenti non è una formula equivalente a quella del volume V sopra citata?

A $V = \frac{1}{6}\pi h \cdot \left(\frac{d_1^2}{4} + d_2^2 + \frac{d_3^2}{4}\right)$

B $V = \frac{1}{24}\pi h \cdot \left(\frac{d_1^2}{4} + d_2^2 + \frac{d_3^2}{4}\right)$

C $V = \frac{1}{6}\pi h \cdot (r_1^2 + 4 \cdot r_2^2 + r_3^2)$

D $V = \frac{\pi h}{24} \cdot (d_1^2 + 4 \cdot d_2^2 + d_3^2)$

2. Una botte di altezza h ha le due basi identiche di raggio r, mentre il cerchio massimo è di raggio R.
Scrivi la formula più semplice che permette di calcolare il volume della botte, una volta noti i valori r, R, h.

3. Una botte realizzata da un costruttore abruzzese ha le due basi identiche di diametro d, mentre il cerchio massimo ha diametro $D = \frac{5}{4}d$. Il volume di questa botte è dato dalla formula $V = K\pi hd^2$, dove il numero K è una frazione che si può determinare in base alle formule precedentemente considerate. Determina il valore di K e scrivi la formula del volume valida in questo caso.

4. Un costruttore di botti realizza solo recipienti di uguali basi, il cui cerchio massimo ha diametro D pari a $\frac{6}{5}$ del diametro d delle basi.
Applicando le formule precedenti, scopre che il volume delle sue botti può essere determinato con l'espressione $V = \frac{97}{300}\pi hd^2$, o con la formula approssimata $V = 1{,}016 \cdot hd^2$.
Posto che l'altezza sia $h = \frac{3}{2}d$, quali devono essere, rispettivamente, i diametri delle basi, se si vogliono realizzare botti di volume $V_1 = 80\ \text{dm}^3$, $V_2 = 120\ \text{dm}^3$, $V_3 = 160\ \text{dm}^3$?

Copyright © 2012 Zanichelli editore S.p.A., Bologna
Questo file è una estensione online dei corsi di matematica di Massimo Bergamini, Anna Trifone e Graziella Barozzi