

# Scheda di lavoro



## PROBLEMI, RAGIONAMENTI, DEDUZIONI

### Cavalieri e furfanti

Nell'isola dei cavalieri e dei furfanti:

- 1) un abitante dell'isola dice la verità se e solo se è un cavaliere;
- 2) un abitante dell'isola mente se e solo se è un furfante;
- 3) non vi sono altri abitanti oltre ai cavalieri e ai furfanti.

(Da un'idea di Raymond Smullyan, *Qual è il titolo di questo libro?*, Zanichelli, 1981)

**GIOVANNI:** «Quando visiterai l'isola, parlando con due abitanti  $X$  e  $Y$ , il primo affermerà: «Almeno uno fra me e  $Y$  è un furfante». Non riesco proprio a capire che cosa fossero  $X$  e  $Y$ !».

**SILVIA:** «Forse bisogna fare delle ipotesi. Per esempio, se  $X$  è un furfante...».

► Continua il ragionamento di Silvia, cercando di scoprire se  $X$  e  $Y$  sono cavalieri o furfanti.

## 1. Ragioniamo ...

La proposizione  $P$  pronunciata da  $X$  può essere riscritta in questo modo:  $P$ : « $X$  è un furfante o  $Y$  è un furfante». Nella logica delle proposizioni, infatti, la disgiunzione  $\vee$  ha un valore inclusivo: affermare che « $X$  è un furfante o  $Y$  è un furfante» equivale ad affermare che almeno uno fra  $X$  e  $Y$  è un furfante (ciò vuol dire che potrebbero essere entrambi furfanti).

Per quanto affermato in 3,  $X$  è un cavaliere oppure un furfante: non ci sono altre possibilità. Supponiamo, come suggerisce Silvia, che  $X$  sia un furfante; in tal caso, per l'affermazione 2, la proposizione  $P$  è ..... . Da ciò puoi dedurre che sia  $X$  sia  $Y$  sarebbero .....

Questa conclusione è compatibile con l'ipotesi che  $X$  sia un furfante? ..... . Perché?

.....  
 .....

Da quanto hai ricavato,  $X$  deve essere un ..... . Quindi, per l'affermazione 1,  $X$  dice la verità o il falso? ..... . Allora, la proposizione  $P$  deve essere .....

Ciò equivale a dire che almeno una fra le proposizioni « $X$  è un furfante» e « $Y$  è un furfante», che compongono  $P$ , deve essere .....

Ma « $X$  è un furfante» è ....., quindi « $Y$  è un furfante» è .....

In definitiva, possiamo affermare che  $X$  è un ..... e  $Y$  è un .....

Scrivi sotto forma di dimostrazione i passaggi che portano alla conclusione.

.....  
 .....  
 .....  
 .....

## 2. La tavola di verità

Per risolvere il problema abbiamo utilizzato il valore di verità della proposizione composta collegandolo a quelli delle proposizioni che la componevano. Inventate tre proposizioni composte contenenti la disgiunzione inclusiva  $\vee$ , che indichiamo anche con il simbolo  $\vee$ , e, aiutandoti con questi esempi, costruite la tavola di verità della disgiunzione inclusiva.

$A$	$B$	$A \vee B$
V	V	...
V	F	...
F	V	...
F	F	...

## 3. Chiedere informazioni

Nell'isola dei cavalieri e dei furfanti non è facile chiedere informazioni.

Il nostro viaggiatore, quando è arrivato sull'isola ha cercato di raggiungere l'Hotel Superlogic, dove aveva prenotato una stanza. Arrivato a un bivio, non sapendo quale strada prendere, ha pensato di chiedere informazioni a un abitante dell'isola che si trovava seduto lì vicino.

Pur non sapendo se l'abitante fosse un cavaliere o un furfante, con una sola domanda ha ottenuto la risposta che gli ha permesso di scegliere la strada giusta. Qual è stata la domanda?

.....  
 .....