Scheda di lavoro

PROBLEMI, RAGIONAMENTI, DEDUZIONI

Lo dimostro io!

Due rette perpendicolari hanno i coefficienti angolari che sono uno l'antireciproco dell'altro.

GIULIO: «Ho pensato una dimostrazione tutta mia!».

CARLA: «Guarda che in geometria analitica si calcola e non si dimostra!».

GIULIO: «Non è vero: partiamo dal fatto che l'asse di un segmento è perpendicolare al segmento. E che ogni suo punto è equidistante dagli estremi del segmento».

▶ Considera un segmento di generici estremi $A(x_A; y_A)$ e $B(x_B; y_B)$ e un punto $P(x; y)$ sull'asse di AB. Applica la formula della distanza fra due punti un paio di volte…

1. Carla non ha ragione

Per spiegare perché Carla non ha ragione, è sufficiente esibire una dimostrazione che faccia uso di metodi analitici. Considera, per esempio, la retta r passante per i punti $O(0; 0)$ e $A(1; 1)$ e la retta s passante per i punti $B(2; 3)$ e $C(3; 4)$. Dimostra che sono parallele.

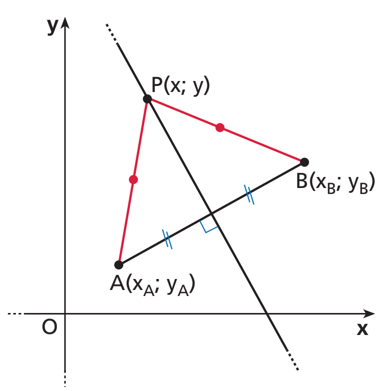
2. L'idea di Giulio

Utilizzando le tue conoscenze di geometria analitica continua il ragionamento di Giulio per dimostrare che due rette perpendicolari hanno coefficienti angolari tali che l'uno è l'opposto del reciproco dell'altro.

Eventualmente puoi aiutarti con lo schema che segue.
L'asse di un segmento è la retta che:

a) passa per il punto medio del segmento;
b) è perpendicolare al segmento.

Ha la proprietà di essere l'insieme di tutti e soli i punti del piano equidistanti dagli estremi del segmento.



▲ **Figura 1**

Supponiamo che A e B siano due punti noti, tali che la retta AB non sia parallela all'asse x, e chiamiamo $(x_A; y_A)$ e $(x_B; y_B)$ le loro coordinate.
Se $P(x; y)$ è un qualunque punto dell'asse, le distanze …… e …… devono essere …… .

Applica la formula della distanza fra due punti:

…………………… = ……………………,

eleva al quadrato:

………………………………………………………………………………………………… ,

svolgi i calcoli:

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

e ricava y (cosa possibile perché …… $\neq$ ……, in quanto il segmento AB non è …………………):

$y =$ ……………………………………………… ,

da cui ricavi che il coefficiente angolare dell'asse di un segmento AB non orizzontale è:

…………………… .

Poiché l'asse del segmento AB è perpendicolare al segmento stesso, ogni altra retta perpendicolare alla retta passante per A e per B è parallela all'asse di AB.
Quindi tutte le rette perpendicolari a un segmento non orizzontale AB hanno coefficiente angolare

$m =$ …………………… .

Poiché il coefficiente angolare di AB è

$m' =$ …………………… ,

confrontandolo con m concludi che ……………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………… .

3. Da Euclide a Cartesio

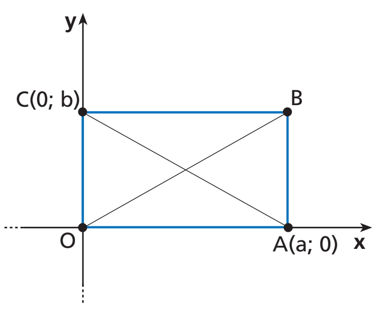
Con la geometria cartesiana si possono dimostrare anche proprietà che hai studiato nella geometria euclidea.
Per esempio, dimostriamo che le diagonali di un rettangolo sono congruenti.
Dato un rettangolo, considera il sistema d'assi cartesiano della figura.

Detta a l'ascissa di A e b l'ordinata di C, allora il quarto vertice ha coordinate B(……; ……) perché
………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………

Le misure delle due diagonali sono

$\overline{OB} = \sqrt{\ldots\ldots + \ldots\ldots}$ e $\overline{AC} = \sqrt{\ldots\ldots + \ldots\ldots}$.

Le due misure sono ……………………………, quindi le diagonali sono …………………………… .



▲ **Figura 2**

4. Una proprietà del parallelogramma

Per finire, ti proponiamo di dimostrare, utilizzando la geometria analitica, un'altra proprietà che hai già studiato nella geometria euclidea:

in un parallelogramma le diagonali si incontrano nel loro punto medio.