

# LABORATORIO DI MATEMATICA

## LE EQUAZIONI DI SECONDO GRADO

### Le equazioni di secondo grado con Excel

PER	DOBBIAMO	IL BOTTONE
tracciare un grafico	evidenziare la zona del foglio che contiene i dati da rappresentare sul grafico, fare clic sul bottone <i>Autocomposizione grafico</i> e nelle quattro finestre di dialogo che si presentano una di seguito all'altra, scegliere le caratteristiche del grafico che desideriamo che Excel rappresenti. Nella prima finestra scegliamo il tipo di grafico (per esempio cartesiano, istogramma, a torta, ...). Nella seconda confermiamo le sequenze dei valori contenuti nella zona scelta. Nella terza assegniamo un titolo al grafico. Nella quarta scegliamo se creare un nuovo foglio grafico o se inserire il grafico nel foglio di lavoro.	 <p>Il bottone di <i>Autocomposizione grafico</i></p>

#### ESERCITAZIONE GUIDATA

In un rettangolo la misura  $h$  dell'altezza è data dalla differenza fra  $g$  e  $\frac{1}{4}$  della misura  $b$  della base. Le misure sono espresse in metri. Determiniamo  $b$  dopo aver assegnato  $g$  e l'area  $S$  del rettangolo, espressa in metri quadrati.

Fissato  $g$ , costruiamo una tabella contenente i valori di  $b$  e i corrispondenti valori di  $S$ . Rappresentiamo graficamente i dati della tabella.

#### Impostiamo l'equazione risolvibile il problema

Indichiamo la misura della base con  $x$  e traduciamo la relazione del problema  $h = g - \frac{1}{4}x$ . Sostituiamo nella formula dell'area  $S = bh$  la relazione, ottenendo  $S = x\left(g - \frac{1}{4}x\right)$ , da cui ricaviamo  $\frac{1}{4}x^2 - gx + S = 0$ , che risulta un'equazione di secondo grado.

#### Discutiamo l'equazione

Calcoliamo il discriminante  $\Delta = g^2 - S$ . Se  $\Delta > 0$ , ci sono due soluzioni  $x_1 = 2g - 2\sqrt{\Delta}$  e  $x_2 = 2g + 2\sqrt{\Delta}$ . (Se il discriminante è positivo,  $x_1$  e  $x_2$  sono sempre positivi.) Se  $\Delta = 0$ , c'è una soluzione  $x_0 = 2g$ . Se  $\Delta < 0$ , non ci sono soluzioni.

#### Stabiliamo un intervallo per la variazione della base

Analizziamo la seconda richiesta del problema. Osserviamo che la misura dell'altezza deve esse-

re positiva, pertanto poniamo  $g - \frac{1}{4}x > 0$  da cui  $x < 4g$ . La base  $b$  deve quindi variare nell'intervallo  $0 < b < 4g$ .

#### Costruiamo il foglio

• Entriamo in ambiente Excel e scriviamo il titolo e le didascalie che indicano dove immettere i valori dei parametri e dove leggere i risultati (figura 1).

#### Calcoliamo e controlliamo il discriminante

- In C5 digitiamo la formula per il calcolo del discriminante: = C3^2 - C4.
- In C6 digitiamo la formula per controllare il discriminante: = SE(C5 < 0; "nessuna soluzione"; SE(C5 = 0; "una soluzione"; "due soluzioni").

#### Scriviamo le formule per ottenere le soluzioni

Per selezionare i tre casi delle soluzioni del-



l'equazione facciamo riferimento al contenuto della cella del discriminante.

- In A8 digitiamo:  
= SE (C5 < 0; "="; 2 \* C3 - 2 \* RADQ(C5)).
- In B8 digitiamo: = SE(C5 > 0; "o"; "").
- In C8 digitiamo:  
= SE(C5 > 0; 2 \* C3 + 2 \* RADQ(C5); "=").

**Immettiamo dei valori d'ingresso**

- Usiamo il foglio e in C3 immettiamo 20, un valore per g, e in C4 immettiamo 144, un valore per S. Vediamo il foglio di figura 2.
- In C3 lasciamo 20, in C4 immettiamo 400 e troviamo la soluzione  $b = 40$ .
- Con 20 e 500 non troviamo alcuna soluzione.

**Costruiamo la tabella**

Decidiamo di costruire una tabella, con i valori di  $b$  e i corrispondenti valori di  $S$ , formata da dodici righe, una per l'intestazione e le altre per i valori.

- Nelle celle A10, B12, C12 inseriamo le indicazioni per la tabella.

**Scriviamo le formule per caricare la tabella**

Per ottenere gli undici valori della base  $b$  fissiamo l'incremento della  $b$  in  $\frac{1}{10}$  dell'intervallo

$[0; 4g]$ . Pertanto in C10 digitiamo:  
= 4 \* C3/10. Digitiamo poi 0 in B13, il primo estremo dell'intervallo, e nella cella B14 la formula = B13 + \$C\$10, per incrementare la  $b$ , e la copiamo sino alla cella B23.

- Per ricavare i corrispondenti valori di  $S$ , nella cella C13 digitiamo: = B13 \* (\$C\$3 - B13/4) e la copiamo sino alla cella C23. Mettiamo dei bordi alla zona B12: C23. Nel foglio vediamo la tabella di figura 3.

**Tracciamo il grafico**

- Per tracciare il grafico evidenziamo la zona del foglio B12:C23 e facciamo clic sul bottone *Auto-composizione grafico*. Nella prima finestra scegliamo il tipo: *Dispers. (XY) Dispersione con coordinate unite da linee smussate*. Nella seconda confermiamo i dati contenuti nella zona scelta. Nella terza assegniamo un titolo al grafico: *L'area S in funzione della base b* e un nome alle sequenze di valori:  $b$  per l'asse orizzontale e  $S$  per l'asse verticale. Nella quarta scegliamo di creare un nuovo foglio grafico. Al termine vediamo nel foglio il grafico di figura 4.

	A	B	C	D
1	Un problema di secondo grado			
2				
3	La lunghezza g è di			m
4	L'area è di			mq
5	Il discriminante vale			
6	Il problema ammette			
7	La base risulta lunga metri			
8				

▲ Figura 1

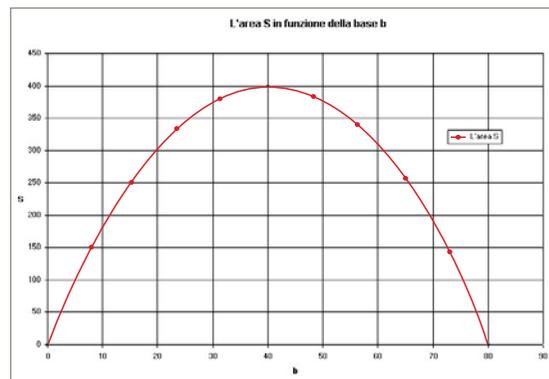
▼ Figura 2

	A	B	C	D
1	Un problema di secondo grado			
2				
3	La lunghezza g è di			20 m
4	L'area è di			144 mq
5	Il discriminante vale			256
6	Il problema ammette			due soluzioni.
7	La base risulta lunga metri			
8	8	o	72	

10	L'Incremento è di			8 m
11				
12		La base b	L'area S	
13		0	0	
14		8	144	
15		16	256	
16		24	336	
17		32	384	
18		40	400	
19		48	384	
20		56	336	
21		64	256	
22		72	144	
23		80	0	

▲ Figura 3

▼ Figura 4



## Esercitazioni

Risolvi i seguenti problemi in modo analogo a quello dell'esercitazione guidata.  
Prova il foglio nei casi proposti.

- 1** In un triangolo rettangolo  $ABC$  il doppio della misura  $x$  del cateto  $AC$  supera la misura  $a$  del cateto  $BC$  di  $k$ . Determina  $x$  dopo aver assegnato l'ampiezza  $S$  dell'area di  $ABC$  e  $k$ .

Casi proposti:

- a)  $S = 36 \text{ m}^2, k = 0 \text{ m};$   
b)  $S = 36 \text{ m}^2, k = 18 \text{ m};$   
c)  $S = 36 \text{ m}^2, k = 32 \text{ m}.$

Fissa  $S$ , fai variare  $x$  e calcola  $a$ ,  $k$  e la misura  $c$  dell'ipotenusa  $AB$ .  $[x = 6; x = 12; x = 18]$

- 2** In un trapezio rettangolo  $ABCD$  la misura  $l$  del lato obliquo  $BC$  è di  $15 \text{ m}$ , la misura  $h$  dell'altezza  $AD$  è il doppio della misura  $x$  della base minore. Determina  $x$  dopo aver assegnato la misura  $a$  della base maggiore  $AB$ .

Casi proposti:

- a)  $a = 16 \text{ m};$   
b)  $a = 15 \text{ m};$   
c)  $a = 6 \text{ m}.$

Fai variare  $x$  e calcola  $a$ ,  $h$ , e  $S$ , l'area di  $ABCD$ .

$$[x = 1,19 \vee x = 5,21; x = 6 \vee x = 0; \cancel{x}]$$

- 3** In un triangolo rettangolo  $ABC$ , determina la misura  $x$  della proiezione  $HB$  del cateto  $BC$  sull'ipotenusa  $AB$ , dopo aver assegnato l'ampiezza  $S$  dell'area di  $ABC$  e la misura  $c$  dell'ipotenusa.

Casi proposti:

- a)  $S = 30 \text{ m}^2$  e  $c = 10 \text{ m};$   
b)  $S = 25 \text{ m}^2$  e  $c = 10 \text{ m};$   
c)  $S = 20 \text{ m}^2$  e  $c = 10 \text{ m}.$

Tieni fissa  $c$ , fai variare  $x$  e calcola  $S$  e le misure  $a$  e  $b$  dei cateti  $BC$  e  $AC$ .

$$[\cancel{x}; x = 5; x = 2 \vee x = 8]$$

- 4** In un rettangolo  $ABCD$  la base  $AB$  è lunga  $20 \text{ m}$ . Incrementando le misure della base  $AB$  e dell'altezza  $AD$  di una stessa grandezza positiva  $x$  ottieni un rettangolo  $A'EFG$ . Determina  $x$  dopo aver assegnato  $h$  (la misura dell'altezza  $BC$ ) e  $S$  (l'area di  $A'EFG$ ).

Casi proposti:

- a)  $S = 300 \text{ m}^2$  e  $h = 7 \text{ m};$   
b)  $S = 300 \text{ m}^2$  e  $h = 15 \text{ m};$   
c)  $S = 300 \text{ m}^2$  e  $h = 20 \text{ m}.$

Tieni fissa  $S$ , fai variare  $x$  e calcola  $h$  e l'ampiezza dell'area del rettangolo  $ABCD$ .

$$[x = 5; x = 0; \cancel{x}]$$

- 5** Un trapezio  $ABCD$  è inscritto in una semicirconferenza di diametro  $AB$  lungo  $12 \text{ m}$ . Il doppio della misura  $h$  dell'altezza  $CH$  supera la misura  $x$  della base minore  $CD$  di una misura  $g$ . Determina  $x$  dopo aver assegnato  $g$ .

Casi proposti:

- a)  $g = 10 \text{ m};$   
b)  $g = 12 \text{ m};$   
c)  $g = 14 \text{ m}.$

Fai variare  $x$  e calcola  $g$ ,  $h$  e l'ampiezza  $S$  dell'area del trapezio  $ABCD$ .  $[x = 1,86; x = 0; \cancel{x}]$

- 6** In un quadrato  $ABCD$  considera il punto  $P$  appartenente al lato  $AB$ , lungo  $10 \text{ metri}$ , tale che  $\overline{PD}^2 + \overline{PB}^2 = k$ . Indica la misura di  $AP$  con  $x$  e determina  $x$  dopo aver assegnato  $k$ .

Casi proposti:

- a)  $k = 150 \text{ m}^2;$   
b)  $k = 168 \text{ m}^2;$   
c)  $k = 210 \text{ m}^2.$

Fai variare  $x$  e calcola  $k$ .

$$[x = 5; x = 2 \vee x = 8; \cancel{x}]$$

- 7** Determina la misura  $x$  dell'altezza  $BC$  di un rettangolo  $ABCD$  sapendo che l'area e il perimetro misurano rispettivamente  $S$  e  $2p$ .

Casi proposti:

- a)  $S = 80 \text{ m}^2$  e  $2p = 36 \text{ m};$   
b)  $S = 225 \text{ m}^2$  e  $2p = 60 \text{ m};$   
c)  $S = 70 \text{ m}^2$  e  $2p = 30 \text{ m}.$

Fissa  $S$ , fai variare  $x$  e calcola  $2p$  e la misura  $b$  della base  $AB$ .

Fissa  $2p$ , fai variare  $x$  e calcola  $S$  e la misura  $b$  della base  $AB$ .  $[x = 8 \vee x = 10; x = 15; \cancel{x}]$

Da ognuno dei seguenti problemi deduci un'equazione che leghi l'incognita  $x$  al parametro attraverso le relazioni del problema, risolvila e discutila.

Basandoti sulla discussione costruisci con Excel un foglio che permetta di inserire i valori del parametro e di ottenere gli eventuali risultati o le indicazioni della mancanza della soluzione.

Nel foglio costruisci delle tabelle secondo le indicazioni, dalle quali devi ricavare dei grafici.

- 8** Determina la misura  $x$  della base di un rettangolo, sapendo che la diagonale è lunga 10 metri e che la misura  $h$  dell'altezza supera di  $f$  la metà di  $x$ . Fai variare  $f$  da 0 a 12 con passo 0,5 e calcola le misure della base e dell'altezza.
- 9** Determina la misura  $x$  della base di un rettangolo, sapendo che l'altezza è di 12 metri e che la misura  $d$  della diagonale supera di  $f$  la metà di  $x$ . Fai variare  $f$  da 8 a 16 con passo 0,25 e calcola le misure della base e della diagonale.
- 10** Determina la misura  $x$  del lato obliquo di un trapezio rettangolo, sapendo che la base maggiore è di 12 metri, la base minore di 8 metri, e la misura  $h$  dell'altezza supera di  $g$  la metà di  $x$ . Fai variare  $g$  da 0 a 6 con passo 0,25 e calcola le misure del lato obliquo e dell'altezza.
- 11** Dopo aver assegnato la misura  $c$  dell'ipotenusa  $BC$  del triangolo rettangolo  $ABC$ , determina la misura  $x$  del cateto  $AC$ , sapendo che il cateto  $AB$  supera  $x$  di 8 metri. Fai variare  $c$  da 4 a 84 con passo 4 e calcola le misure dei cateti.
- 12** Dopo aver assegnato la misura  $h$  dell'altezza  $AH$  del triangolo isoscele  $ABC$ , determina la misura  $x$  della base  $BC$ , sapendo che supera il lato obliquo di 2 metri. Fai variare  $h$  da 0 a 160 con passo 8 e calcola le misure della base e del lato obliquo.