

LABORATORIO DI MATEMATICA

LE DISEQUAZIONI E I SISTEMI DI DISEQUAZIONI

Le disequazioni di secondo grado con Derive

IL COMANDO	SERVE PER
<i>Risolvi_Sistema</i>	- risolvere i sistemi di equazioni sino al quarto grado. - risolvere i sistemi di disequazioni.

ESERCITAZIONE GUIDATA

Determiniamo per quali valori di k la seguente disequazione nell'incognita x :

$$(2 - k)x^2 - 2(k + 1)x + 3k + 1 > 0$$

- a) ammette soluzioni esterne all'intervallo delle radici;
- b) ammette come soluzioni tutte le x reali, tranne un solo valore.

Nell'ultimo caso, sostituiamo nella disequazione i valori di k trovati e tracciamo il grafico delle parabole corrispondenti.

Inseriamo la disequazione

- Utilizziamo *Crea_Espressione* e nella linea di editazione delle espressioni digitiamo il primo membro della disequazione:

$$(2 - k)x^2 - 2(k + 1)x + 3k + 1.$$

Battiamo INVIO.

$$\#1: (2 - k) \cdot x^2 - 2 \cdot (k + 1)x + 3 \cdot k + 1$$

Troviamo le radici

Usiamo *Risolvi_Espressione* e otteniamo le espressioni delle due radici in funzione di k .

$$\#2: x = \frac{\sqrt{(4 \cdot k^2 - 3 \cdot k - 1) - k - 1}}{k - 2} \quad \checkmark$$

$$x = \frac{\sqrt{(4 \cdot k^2 - 3 \cdot k - 1) + k + 1}}{2 - k}$$

Rispondiamo al primo quesito

Imponiamo al coefficiente di x^2 e al discriminante di essere maggiori di zero.

- Impostiamo e risolviamo il corrispondente sistema di disequazioni, utilizzando *Risolvi_Sistema*. Richiediamo a Derive che il sistema sia formato da due disequazioni, aprendo una finestra di dialogo.

- Nel campo della prima disequazione digitiamo: $2 - k > 0$ (il coefficiente di x^2).

$$\#3: \text{SOLVE} ([2 - k > 0, 4 \cdot k^2 - 3 \cdot k - 1 > 0], [k])$$

- Nel campo della seconda disequazione impostiamo con F3 il discriminante, contenuto in #2, a fianco del quale digitiamo > 0 .

- Indichiamo che la variabile è k e facciamo clic su *Risolvi*: otteniamo le soluzioni del sistema.

$$\#4: \left[k < -\frac{1}{4}, 1 < k < 2 \right]$$



Rispondiamo al secondo quesito

Troviamo i valori di k che rendono una disequazione risolta per tutti i valori reali tranne uno, fra quelli che rendono il discriminante nullo e il coefficiente di x^2 positivo. Risolviamo l'equazione del discriminante e verifichiamo quali soluzioni rendono positivo il coefficiente di x^2 .

- Inseriamo il discriminante e con *Risolvi_Espressione* otteniamo le soluzioni in #7.

Ricaviamo le equazioni delle parabole

- Applichiamo *Semplifica_Sostituisci Variabili* all'etichetta #1, sostituendo a k il valore $-\frac{1}{4}$ e ignorando la richiesta di sostituzione della x .
- Ripetiamo le stesse operazioni per $k = 1$.
- Otteniamo le equazioni di due parabole con il coefficiente di x^2 positivo, quindi i due valori trovati di k soddisfano il quesito proposto.

Tracciamo i grafici delle parabole

- Evidenziamo l'etichetta #8, entriamo in ambiente grafico a due dimensioni con il bottone *Finestra_Grafica 2D*, dove con *Traccia il grafico* disegniamo la prima parabola.
- Ritorniamo in ambiente algebrico, evidenziamo l'etichetta #9 e operiamo in modo simile per la seconda (figura 1).

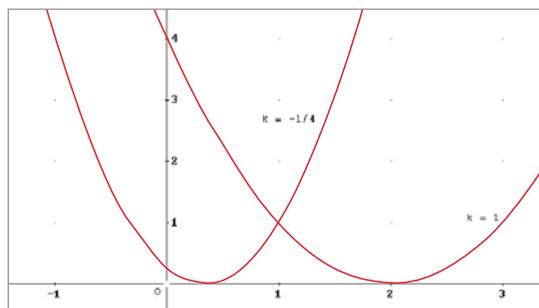
#5: $4 \cdot k^2 - 3 \cdot k - 1$

#6: SOLVE ($[4 \cdot k^2 - 3 \cdot k - 1 = 0]$, $[k]$)

#7: $\left[k = -\frac{1}{4}, k = 1 \right]$

#8: $\frac{9}{4} \cdot x^2 - \frac{3}{2} \cdot x + \frac{1}{4}$

#9: $x^2 - 4 \cdot x + 4$



▲ Figura 1

Esercitazioni con Derive o con Wiris

Per ogni disequazione parametrica nell'incognita x , determina i valori del parametro k affinché siano soddisfatte le condizioni indicate. Ricava per ogni situazione una parabola e tracciane il grafico.

- 1** $(k^2 - 2k - 3)x^2 - 2kx + 1 > 0$.
- Le soluzioni sono esterne all'intervallo delle radici.
 - Le soluzioni sono interne all'intervallo delle radici.
 - Le soluzioni sono soddisfatte per ogni x .
 - Un estremo dell'intervallo delle radici è uguale a $\frac{1}{6}$.

$\left[\text{a) } -\frac{3}{2} < k < -1 \vee k > 3; \text{ b) } -1 < k < 3; \right.$
 $\left. \text{c) } k < -\frac{3}{2}; \text{ d) } k = 11 \right]$

- 2** $2x^2 - 4(k + 1)x - 2k^2 + 13k > 0$.
- Le soluzioni sono esterne all'intervallo delle radici.
 - Gli estremi dell'intervallo delle radici sono di segno concorde.
 - Le soluzioni sono soddisfatte per ogni x escluso un solo valore.
 - Un estremo dell'intervallo delle radici è uguale a 2.

$\left[\text{a) } k < \frac{1}{4} \vee k > 2; \text{ b) } 0 < k < \frac{1}{4} \vee 2 < k < \frac{13}{2}; \right.$
 $\left. \text{c) } k = \frac{1}{4} \vee k = 2; \text{ d) } k = 0 \vee k = \frac{5}{2} \right]$

3 Data la disequazione parametrica $k^2(x-1) + -9x > 0$ nell'incognita x , determina per quali valori del parametro k ammette:

a) soluzioni tutte maggiori di 5;

b) la radice uguale a $-\frac{1}{8}$.

$$\left[\begin{array}{l} \text{a) } -\frac{3\sqrt{5}}{2} < k < -3 \vee 3 < k < \frac{3\sqrt{5}}{2}; \\ \text{b) } k = -1 \vee k = 1 \end{array} \right]$$

4 Dato il sistema di equazioni in x e in y

$$\begin{cases} y = x^2 + hx \\ y = -x - 4 \end{cases}$$

determina il valore del parametro h in modo che la x di una soluzione assuma il valore -4 .

Opera poi la verifica.

$$[h = 4]$$

5 Dato il sistema di equazioni in x e in y

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - x + 4y - 14 = 0 \\ y = x + h \end{cases}$$

determina i valori del parametro h in modo che la y di una soluzione assuma il valore

$-\frac{1}{2}$. Opera poi la verifica. $[h = -5 \text{ e } h = 3]$

6 Dato il sistema di equazioni in x e in y

$$\begin{cases} x + y + z = -2 \\ 2x - 3y + hz = -5 \\ y = -x^2 - z \end{cases}$$

determina i valori del parametro h in modo che la y di una soluzione assuma il valore 2.

Opera poi la verifica.

$$\left[h = -1 \text{ e } h = \frac{1}{2} \right]$$

Per ognuno dei seguenti problemi, imposta il corrispondente sistema di equazioni; poi con Derive o con Wiris risolvi e svolgi delle verifiche.

7 Determina la lunghezza della diagonale di un rettangolo, sapendo che sommando a essa gli $\frac{8}{5}$ della base otteniamo 93 m e l'area è di 420 m².
[37 m; 85,09 m]

8 Determina la lunghezza del lato di un rombo, sapendo che una diagonale supera di 4 cm i $\frac{2}{5}$ del lato e l'area è di 336 cm².
[25 cm]

9 Determina la lunghezza dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo, sapendo che essa è i $\frac{5}{7}$ della somma dei cateti e il perimetro è di 36 m.
[15 m]

10 Determina la lunghezza del lato obliquo di un triangolo isoscele, sapendo che il perimetro è di 16 m e l'area è di 12 m².
[5 m; 5,70 m]

11 Determina la lunghezza dei cateti di un triangolo rettangolo, sapendo che il perimetro è di 30 cm e l'area è di 30 cm².
[12 cm; 5 cm]

12 Determina la lunghezza dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo, sapendo che essa supera la metà della lunghezza di un cateto di 13 cm e il perimetro è di 40 cm.
[17 cm]