

## LABORATORIO DI MATEMATICA

## LA CIRCONFERENZA, I POLIGONI INSCRITTI E CIRCOSCRITTI

## La circonferenza con Cabri

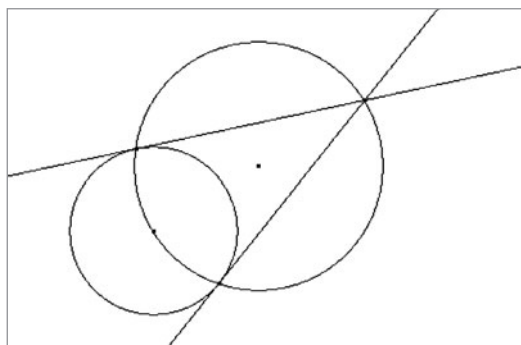
Con Cabri possiamo utilizzare costruzioni fatte in precedenza, memorizzandole in un file, al quale assegniamo un nome e l'estensione .MAC. Quando apriamo il file, ritroviamo la costruzione pronta ed evitiamo operazioni ripetitive. Le costruzioni di questo tipo si chiamano **macrocostruzioni** o, più semplicemente, **macro**.

### ESERCITAZIONE GUIDATA

Creiamo una macro, che, dati una circonferenza e un punto esterno a essa, permetta di ottenere le tangenti condotte dal punto alla circonferenza.

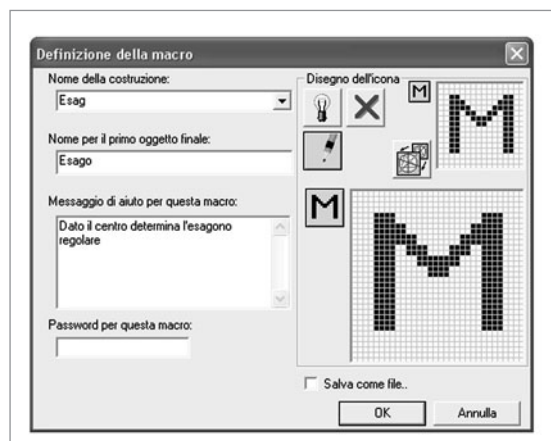
#### Eseguiamo la costruzione

- Disegniamo una circonferenza con *Curve\_Circonferenza* e con *Punti\_Punto* un punto fuori di essa.
- Con *Costruzioni\_Punto Medio* troviamo il punto medio fra il centro della circonferenza e il punto esterno.
- Con *Curve\_Circonferenze* tracciamo la circonferenza con centro il punto medio e raggio la semidistanza del punto dal centro.
- Con *Punti\_Intersezione fra due oggetti* evidenziamo i punti d'intersezione fra le due circonferenze, che sono i punti di tangenza cercati.
- Con *Oggetti rettilinei\_Retta*, applicato due volte, tracciamo le tangenti passanti per il punto dato e i punti di tangenza (figura 1).



▲ Figura 1

▼ Figura 2



#### Creiamo la macro

- Con *Attributi\_Mostra/Nascondi* nascondiamo gli oggetti serviti per la costruzione: il punto medio e la seconda circonferenza.
- Attiviamo *Macro\_Oggetti iniziali* e facciamo clic sul punto e sulla circonferenza.
- Attiviamo *Macro\_Oggetti finali* e facciamo clic sui punti di tangenza e sulle due tangenti.
- Attiviamo lo strumento *Macro\_Definizione di una macro* e nella finestra di dialogo (figura 2) digitiamo nel campo *Nome della costruzione* Tangenti, nel campo *Nome per il primo oggetto finale* Tangente, nel campo *Messaggio di aiuto per questa macro* Traccia le tangenti da un punto esterno a una circonferenza.
- Usciamo con un clic su *OK*. Cabri memorizza la macro e scrive il suo nome nella casella degli strumenti *Macro*.

### Usiamo la macro

- Per usare la macro, supposto che nella zona del disegno si trovino una circonferenza e un punto fuori di essa, facciamo clic su *Macro* e nella tendina che scende selezioniamo *Tangenti* (il nome che abbiamo scelto per la macro). Portiamo il puntatore nella zona del disegno, facciamo clic sulla circonferenza e sul punto, e Cabri, eseguendo la macro, traccia le due tangenti ed evidenzia i due punti di tangenza.

### Salviamo la macro

- Se desideriamo conservare una macro, dobbiamo salvarla con il file (con l'estensione .FIG) all'interno del quale l'abbiamo costruita. Quando apriamo il file la troviamo nella casella degli strumenti *Macro*. Possiamo anche memorizzare la macro in un file a lei riservato con estensione .MAC all'interno di una cartella nota e richiamarla quando vogliamo usarla. Cabri mette a disposizione degli utenti, in una cartella chiamata *Macro*, un insieme di macrocostruzioni già definite.

PER	DOBBIAMO
creare una macro	effettuare la costruzione completa (quella che la macro eseguirà).
definire gli oggetti iniziali	attivare <i>Macro_Oggetti iniziali</i> e fare clic sugli oggetti iniziali della costruzione effettuata.
definire gli oggetti finali	attivare <i>Macro_Oggetti finali</i> e fare clic sugli oggetti finali della costruzione effettuata.
dare un nome a una macro	attivare <i>Macro_Definizione di una macro</i> e, nel campo <i>Nome della costruzione</i> della finestra di dialogo, assegnare il nome alla macro.
memorizzare una macro	fare clic sul campo <i>Salva come file</i> della finestra di dialogo della definizione della macro. Cabri mostra un'altra finestra di dialogo, nella quale digitiamo il nome del file, che deve contenere la macro, e indichiamo la cartella dove archivarlo.
scrivere l'aiuto per una macro	scrivere nel campo <i>Messaggio di aiuto per questa macro</i> della finestra di dialogo della definizione della macro il messaggio di aiuto.
usare una macro nel file dove è stata creata	fare clic su <i>Macro_Nome macro1</i> e poi sugli oggetti che desideriamo siano gli oggetti iniziali della macrocostruzione. Cabri fa operare la macrocostruzione e realizza gli oggetti finali.
richiamare una macro	attivare il comando <i>File_Apri</i> e aprire il file che la contiene. Cabri la inserisce nella casella degli strumenti <i>Macro</i> , da dove possiamo attivarla.

### ESERCITAZIONE GUIDATA

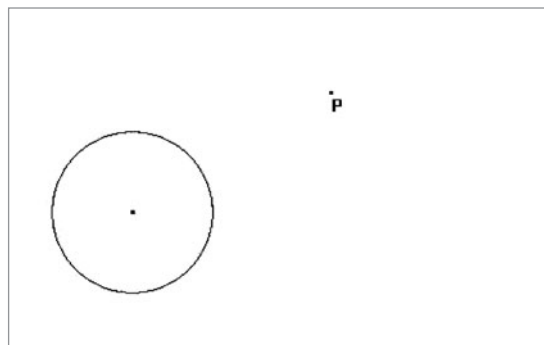
Verifichiamo un teorema. Dati una circonferenza, un punto  $P$  esterno a essa e le due tangenti condotte dal punto alla circonferenza, i segmenti che hanno per estremi  $P$  e i punti di tangenza sono congruenti.

#### Disegniamo il punto e la circonferenza

- Nella zona del disegno con *Curve\_Circonferenza* tracciamo una circonferenza di centro  $O$  e raggio a piacere.
- Con *Punti\_Punto* poniamo il punto  $P$  all'esterno di essa (figura 1).

#### Disegniamo le tangenti con la macro

- Diamo il comando *Macro\_Tangenti*, facciamo clic sul punto e sulla circonferenza. Vediamo apparire le due tangenti e i due punti di tangenza che con *Testo e simboli\_Nomi* chiamiamo  $U$  e  $V$ .

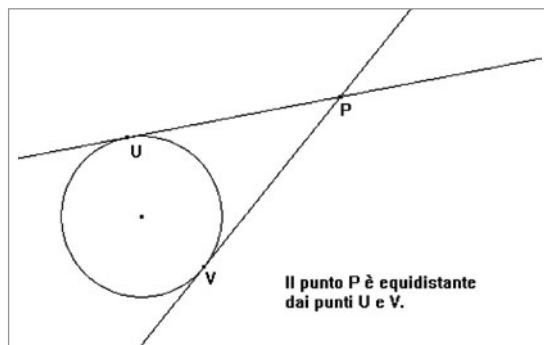


▲ Figura 1

### Verifichiamo la tesi del teorema

- Applichiamo lo strumento *Proprietà Equidistante?* ai punti  $P$ ,  $U$  e  $V$  per verificare la tesi del teorema. Cabri manda il messaggio: Gli oggetti sono equidistanti.
- Per personalizzare il messaggio, facciamo clic su di esso e, mediante la tastiera, digitiamo: Il punto  $P$  è equidistante dai punti  $U$  e  $V$ . Afferriamo e trasciniamo  $P$ . Notiamo che il messaggio non cambia (figura 2).

► Figura 2



## Esercitazioni con Cabri o con GeoGebra

Svolgi le seguenti costruzioni.

- 1 Date una retta  $r$  e una circonferenza  $c$ , costruisci le rette parallele a  $r$  e tangenti a  $c$ .
- 2 Dati una retta  $r$ , un segmento  $AB$  e una circonferenza  $c$ , costruisci le circonferenze con centro su  $r$ , tangenti a  $c$  e di raggio  $AB$ .
- 3 Dati due circonferenze,  $c_1$  e  $c_2$ , e un segmento  $AB$ , costruisci la circonferenza di raggio  $AB$  e tangente a  $c_1$  e a  $c_2$ .
- 4 Dati un angolo  $\widehat{A}b$  e un segmento  $AB$ , costruisci la circonferenza tangente ai lati dell'angolo e con il raggio lungo come  $AB$ .
- 5 Dati tre punti  $A$ ,  $B$  e  $C$ , costruisci la circonferenza passante per essi.
- 6 Dati due punti  $A$  e  $B$ , costruisci la circonferenza di diametro  $AB$ .
- 7 Dati due punti  $A$  e  $B$ , e la retta  $t$  passante per  $A$ , costruisci la circonferenza passante per  $A$  e per  $B$  e tangente a  $t$ .
- 8 Dati due punti  $M$  e  $N$ , e il segmento  $AB$ , costruisci le circonferenze passanti per  $M$  e per  $N$  e di raggio  $AB$ .
- 9 Dati un punto  $A$  e una retta  $t$ , costruisci la circonferenza di diametro  $AB$  tangente a  $t$ .

Verifica i seguenti teoremi, relativi a una circonferenza.

- 10 Se un diametro passa per il punto medio di una corda, è perpendicolare a essa.
- 11 Due corde equidistanti dal centro sono congruenti.
- 12 Un angolo alla circonferenza è metà del corrispondente angolo al centro.
- 13 Dagli estremi di un diametro traccia le tangenti. Verifica che sono parallele.
- 14 Disegna una circonferenza e due archi congruenti  $AB$  e  $BC$ . Traccia la retta tangente alla circonferenza in  $B$  e disegna la corda  $AC$ . Verifica che  $AC$  è parallela alla tangente.
- 15 Disegna una circonferenza  $\mathcal{C}$  di centro  $O$  e diametro  $CD$ , e fissa un punto  $Q$  su di essa. Conduci le tangenti alla circonferenza nei punti  $C$ ,  $D$  e  $Q$ , le quali si incontrano nei punti  $A$  e  $B$ . Congiungi  $A$  e  $B$  con il centro  $O$ . Verifica che l'angolo  $\widehat{AOB}$  è retto.
- 16 Disegna una circonferenza  $\mathcal{C}$  e due rette  $a$  e  $b$  a essa tangenti, che si incontrano nel punto  $A$ . Traccia una terza tangente  $e$ , che interseca la retta  $b$  in  $B$ , e poi una quarta tangente  $d$  che interseca  $e$  in  $C$  e la retta  $a$  in  $D$ . Verifica che nel quadrilatero  $ABCD$  vale la relazione:  $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{BC} + \overline{CD}$ .

**17** Disegna un triangolo rettangolo circoscritto a una circonferenza. Verifica che il diametro della circonferenza è uguale alla differenza fra la somma dei cateti e dell'ipotenusa.

**18** Disegna una circonferenza di centro  $O$  e un angolo  $a\hat{V}b$  che ha i lati tangenti a essa. Congiungi  $V$  con  $O$ . Verifica che  $VO$  è la bisettrice dell'angolo  $a\hat{V}b$ . Detto  $E$  il punto di intersezione della circonferenza con il segmento  $VO$ , traccia per  $E$  la retta perpendicolare  $a$  che interseca i lati dell'angolo nei punti  $A$  e  $B$ . Traccia la circonferenza di centro  $A$  e raggio  $AV$ , che interseca  $VB$  in  $N$ . Verifica che il triangolo  $AVN$  è isoscele.

## I luoghi geometrici

Svolgi le seguenti costruzioni

**19** Realizza il luogo dei punti tali che la differenza delle loro distanze, da due punti fissi  $F_1$  e  $F_2$ , è congruente a un segmento  $MN$ .

**20** Realizza il luogo delle circonferenze che sono tangenti a un arco di circonferenza.

## I poligoni

Svolgi le seguenti esercitazioni con Cabri o con GeoGebra.

**21** Costruisci l'ottagono regolare e misura l'ampiezza di un suo angolo.

**22** Costruisci il decagono regolare e traccia la circonferenza inscritta.

Nei seguenti esercizi costruisci i poligoni indicati supponendo assegnati alcuni elementi e discuti la loro esistenza.

**23** Il rettangolo  $ABCD$ , date la base  $AB$  e la diagonale  $AC$ .

**24** Il trapezio isoscele  $ABCD$ , date la base  $AB$ , l'altezza  $BH$  e la diagonale  $AC$ .

**25** Il trapezio rettangolo  $ABCD$ , dati la base  $AB$ , l'altezza  $AD$  e il lato obliquo  $BC$ .

**26** Il rombo  $ABCD$ , dati il lato  $AB$  e la diagonale  $AC$ .