LABORATORIO DI MATEMATICA

I PROBLEMI DI SCELTA IN CONDIZIONI DI CERTEZZA CON WIRIS

ESERCITAZIONE GUIDATA

Un'azienda produce merce che viene venduta in confezioni da 50 pezzi ciascuna. Ogni giorno può produrre al massimo 8 confezioni. L'azienda sostiene costi fissi giornalieri di € 100 e costi di produzione di € 1,5 per pezzo. Il ricavo proveniente dalla vendita di una confezione varia a seconda delle confezioni vendute secondo la seguente tabella.

Numero confezioni	1	2	3	4	5	6	7	8
Ricavo per ogni confezione	150	145	145	130	120	120	110	105

Determiniamo quante confezioni l'azienda deve produrre per avere il massimo guadagno.
Modifichiamo il problema precedente considerando la seguente tabella.

Numero confezioni	1	2	3	4	5	6	7	8
Ricavo per ogni confezione	150	142	134	126	118	110	102	94

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Un problema di scelta in condizioni di certezza												
2	Caso 1												
3					Costi			Ricavi			Guadagno		L'ottimo
4		N° conf.		fissi	di prod.	totali		per ogni c.	totale				
5		1		100	75	175		150	150		-25		
6		2		100	150	250		145	290		40		
7		3		100	225	325		145	435		110		
8		4		100	300	400		130	520		120		
9		5		100	375	475		120	600		125		
10		6		100	450	550		120	720		170		6
11		7		100	525	625		110	770		145		
12		8		100	600	700		105	840		140		
13													
14		Il massimo guadagno è di			170	EUR,	ottenuto con la produzione di numero di confezioni					6	
15													
16													
17	Caso 2												
18					Costi			Ricavi			Guadagno		L'ottimo
19		N° conf.		fissi	di prod.	totali		per ogni c.	totale				
20		1		100	75	175		150	150		-25		
21		2		100	150	250		142	284		34		
22		3		100	225	325		134	402		77		
23		4		100	300	400		126	504		104		
24		5		100	375	475		118	590		115		5
25		6		100	450	550		110	660		110		
26		7		100	525	625		102	714		89		
27		8		100	600	700		94	752		52		
28													
29		Il massimo guadagno è di			115	EUR,	ottenuto con la produzione di numero di confezioni					5	

Per risolvere la situazione del primo caso nel foglio scriviamo le varie didascalie e inseriamo opportunamente i dati del problema.

Digitiamo la formula per ottenere il guadagno nella cella K5: = I5 − F5, poi la copiamo nella colonna K6 : K12.
Per trovare il guadagno massimo, nella cella E14, scrivi la formula = MAX(K5 : K12).
Per avere l'indicazione del numero ottimale di confezioni da produrre, nella cella M5 inseriamo l'istruzione: = SE(M5 = E14; B5; " "), poi la copiamo nella colonna M6 : M12.

Operiamo similmente per costruire la tabella del secondo caso, cambiando opportunamente la colonna dei ricavi.

ESERCITAZIONE GUIDATA

Un artigiano necessita per la sua attività di un autofurgone per trasporto merci. Con le caratteristiche desiderate, in commercio ne esistono tre diversi tipi. Il tipo A ha un costo di acquisto di € 9000 e costi successivi di manutenzione di € 0,6 per chilometro. Il tipo B ha un costo di acquisto di € 15 000 e costi successivi di manutenzione di € 0,20 per chilometro. Il tipo C ha un costo di acquisto di € 18 000 e costi successivi di manutenzione di € 0,1375 per chilometro.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Un problema di scelta in condizioni di certezza con variabile discreta							L'obiettivo è formato da funzioni dello stesso tipo						
2														
3			I dati del problema							La tabella risultante				
4	Autofurgone		Albatros	Bufalo	Canguro									
5	Costo d'acquisto						Se percorriamo:		spendiamo, in EUR, con				L'autofurgone	
6	EUR		9000	15000	18000		chilometri:		Albatros	Bufalo	Canguro		più economico è:	
7	Costo di manutenz.						0		9000	15000	18000		Albatros	
8	EUR/Km		0,6	0,2	0,1375		4000		11400	15800	18550		Albatros	
9							8000		13800	16600	19100		Albatros	
10			I dati da inserire dall'utente				12000		16200	17400	19650		Albatros	
11	Estremo inferiore		0	Km			16000		18600	18200	20200		Bufalo	
12	Estremo superiore		60000	Km			20000		21000	19000	20750		Bufalo	
13			I dati sono corretti				24000		23400	19800	21300		Bufalo	
14	L'incremento nella tabella			4000	Km		28000		25800	20600	21850		Bufalo	
15							32000		28200	21400	22400		Bufalo	
16							36000		30600	22200	22950		Bufalo	
17							40000		33000	23000	23500		Bufalo	
18							44000		35400	23800	24050		Bufalo	
19							48000		37800	24600	24600		Canguro	
20							52000		40200	25400	25150		Canguro	
21							56000		42600	26200	25700		Canguro	
22							60000		45000	27000	26250		Canguro	

Per controllare gli estremi di variazione della variabile (in questo caso i chilometri percorsi) nella cella C13 digitiamo l'istruzione:

= SE(O(C11 < 0;C11 > C12), "I dati non sono corretti"; "I dati sono corretti")

Per ottenere l'indicazione del furgone più economico, nella casella M7 scriviamo l'istruzione:

= SE(E(I7 < J7; I7 < K7); "Albatros"; SE(J7 < K7; "Bufalo"; "Canguro"))

e la copiamo nella zona M8 : M23.
La disgiunzione inclusiva è scritta nella forma: O(*condizione1*; *condizione2*) e la congiunzione è scritta nella forma: E(*condizione1*; *condizione2*).
Osserviamo che l'istruzione SE può contenere altri SE al suo interno.

Esercitazioni

Per ognuno dei seguenti problemi dall'1 al 4:
– considera il modello matematico, dove x rappresenta il numero dei pezzi prodotti e venduti da una ditta in un periodo, $C(x) = bx + c$ è la funzione costo di produzione, $S(x) = ax^2$ è la funzione spesa di vendita, $R(x) = px$ è la funzione ricavo, $G(x)$ indica la funzione guadagno, v è il limite di produzione, x_M rappresenta l'ascissa del massimo guadagno, G_M è l'ammontare del massimo guadagno, s_1 ed s_2 sono le soglie inferiore e superiore di guadagno,
– costruisci una funzione di Wiris o di Derive che sfrutti i dati costanti, legga i valori da assegnare e dia i risultati richiesti.
– applica la funzione ai casi proposti.
– traccia con Wiris o con con Derive i grafici delle funzioni indicate.

1 Dati costanti $a = 0$, $b = 0{,}2$, $c = 140$, leggi p e v, determina G_M.
Poni $p = 0{,}2$ e $v = 1000$; $p = 0{,}5$ e $v = 450$; $p = 0{,}6$ e $v = 2000$; $p = 0{,}5$ e $v = 1000$.
I grafici di S, R, G e di $x = v$.

[nessun guadagno; nessun guadagno; 660; 160]

2 Dati costanti $p = 20$ {e $v = \infty$}, leggi a, b e c, determina $\boldsymbol{x_M}$ e G_M.
Poni $a = 2$, $b = 3$ e $c = 37$; $a = 2$, $b = 3$ e $c = 36$; $a = 2$, $b = 3$ e $c = 20$; $a = 1$, $b = 3$ e $c = 20$.
I grafici di S, R e di G.
[nessun guadagno; 4,25 e 0,125; 4,25 e 16,125; 8,5 e 52,25]

3 Dati costanti $a = 0{,}002$, $p = 8$ e $v = \infty$, leggi b e c, determina s_1 e s_2.
Il grafico di G.
Poni $b = 9$ e $c = 125$; $b = 6$ e $c = 300$; $b = 6$ e $c = 150$; $b = 3$ e $c = 150$.
[nessun guadagno; 183,77 e 816,23; 81,67 e 918,33; 30,37 e 2469,63]

4 Dati costanti $b = 6$, $c = 300$, $p = 8$ {e $v = \infty$}, leggi s_1, determina a.
Poni $s_1 = 130$; $s_1 = 150$; $s_1 = 180$; $s_1 = 250$.
I grafici di G e di R.
[nessuna soluzione; 0; 0,001852; 0,0032]

Per ognuno dei seguenti problemi dal 5 all'8:
– considera il modello matematico, dove x è la variabile di produzione: $S_1 = b$ sono le spese fisse, $S_2 = c\,x$ le spese variabili, $S_3 = a\,x^2$ le spese di manutenzione, $S = a\,x + \dfrac{b}{x} + c$ le spese per unità, x_m è l'ascissa di minima spesa, S_m è la minima spesa per unità, A_m è l'ammontare della spesa per x_m.
– costruisci una funzione di Wiris o di Derive che sfrutti i dati costanti, legga i valori da assegnare e dia i risultati richiesti.
– applica la funzione ai casi proposti.
– traccia con Wiris o con con Derive i grafici delle funzioni indicate.

5 Leggi a, b e c, determina $\boldsymbol{x_m}$, S_m e A_m.
Poni $a = 0{,}001$, $b = 200$ e $c = 0{,}05$; $a = 0{,}002$, $b = 100$ e $c = 0{,}05$; $a = 0{,}001$, $b = 100$ e $c = 0{,}1$; $a = 0{,}003$, $b = 300$ e $c = 0{,}15$.
I grafici di S_1, S_2, S_3 e di S.
[447,21, 0,9444, 422,36; 223,61, 0,9444, 211,18; 316,23, 0,7325, 231,62; 316,23, 2,0473, 647,43]

6 Dati costanti $a = 0{,}0015$, $b = 600$, leggi A_m, determina c.
Poni $A_m = 1000$; $A_m = 1500$; $A_m = 2000$; $A_m = 3000$.
I grafici di S_1, S_2, S_3 e di S.
[nessuna soluzione; 0,4743; 1,2649; 2,846]

7 Dati costanti $a = 0{,}001$, $c = 0$, leggi $\boldsymbol{x_m}$, determina b ed S_m.
Poni $\boldsymbol{x_m} = 200$, $\boldsymbol{x_m} = 350$; $\boldsymbol{x_m} = 500$; $\boldsymbol{x_m} = 650$.
I grafici di S_1, S_2, S_3 e di S.
[40 e 0,4; 122,5 e 0,7; 250 e 1; 422,5 e 1,3]

8 Dati costanti $x_m = 447{,}2136$ e $S_m = 0{,}9444$, leggi a, determina b e c.
Poni $a = 0{,}0008$; $a = 0{,}001$; $a = 0{,}002$; $a = 0{,}003$.
I grafici di S_1, S_2, S_3 e di S.
[$b = 160$ e $c = 0{,}2289$; $b = 200$ e $c = 0{,}05$; $b = 400$ e $c = -0{,}8445$; $b = 600$ e $c = -1{,}7389$]

9 Indicate con x le unità di materiale vendute, un commerciante ha spese di 200 € al mese e di $(0{,}5+5\cdot10^{-6}x)$ € per ogni unità venduta e ricava $p_1\,x$ per $0 < x < s_1$, $p_2\,x$ per $s_1 \leq x \leq s_2$ e $p_3\,x$ per $x > s_2$, con Wiris o con Derive determina la quantità minima da vendere mensilmente per non essere in perdita e quella per il massimo guadagno con il corrispondente ammontare del guadagno.
Traccia il grafico della funzione guadagno.
Poni $p_1 = 0{,}6$, $p_2 = 0{,}7$ e $p_3 = 0{,}8$, $s_1 = 8000$ e $s_2 = 16\,000$, poi $p_1 = 0{,}65$, $p_2 = 0{,}8$ e $p_3 = 0{,}85$, $s_1 = 10\,000$ e $s_2 = 25\,000$.
[2254,04 e (30 000; 4300); 1398,53 e (35 000; 5925)]

10 Date la funzione ricavo $R = 9x$ e le funzioni spesa $S_1 = 8x + 300$ e $S_2 = 0{,}008x^2 + 4{,}5x + 30$, con Wiris o con Derive traccia il grafico della funzione di guadagno maggiore.
Indica il massimo guadagno quando il vincolo di produzione è $v = 400$ e quando è $V = 350$.

[da 0 a 30: nessun guadagno; da 30 a 100: la 1, da 100 a 337,5: la 2, da 337,5 in poi: la 1; (400; 370), (362,8125; 332,81,25)]