

LABORATORIO DI MATEMATICA

I PROBLEMI DI SCELTA IN CONDIZIONI DI INCERTEZZA CON EXCEL

ESERCITAZIONE GUIDATA

I problemi di scelta

Problema. Una ditta produttrice di detersivi per lavatrice ha costi al litro di € 2 e sostiene una spesa fissa settimanale di € 100. La ditta prevede di ricavare dalla vendita € 3 al litro con una spesa di vendita per litro pari, in €, a $\frac{1}{1000}$ del numero dei litri venduti.

Calcoliamo il numero di litri che la ditta deve produrre settimanalmente per avere il massimo guadagno nell'ipotesi che tutta la produzione vada venduta e che il limite della produzione sia di 650 litri.

Entriamo in Excel

Facciamo doppio clic sull'icona di Excel ed entriamo in un nuovo foglio per costruire uno schema risolutivo del problema.

Descriviamo il procedimento risolutivo

Basiamo il procedimento risolutivo sulla costruzione e sulla gestione di una tabella, che rappresenti dinamicamente la situazione del problema.

Fra le ipotesi del problema leggiamo che si suppone che tutta la produzione venga venduta.

Per costruire la tabella:

nella prima colonna inseriamo un indicatore per rilevare il guadagno massimo;

nella seconda colonna rappresentiamo la variazione della produzione/vendita fra limiti ammissibili;

nella terza colonna facciamo valutare i corrispondenti guadagni.

Dopo aver letto i risultati apparsi, possiamo poi restringere i limiti di variazione della vendita e far ricalcolare i valori della tabella, per trovare la situazione ottimale con maggiore precisione.

Inseriamo i titoli del problema

Nella cella	Scriviamo
A1	Un problema di scelta in condizioni di certezza
A2	La vendita dei detersivi
A4	I dati si riferiscono a una settimana

Inseriamo le didascalie

Le didascalie ci indicano in quali celle dobbiamo inserire i dati e in quali compaiono i risultati.

Nella cella	Scriviamo	Nella cella	Scriviamo
C6	I dati del problema	E7	€
A7	Costo fisso	E8	€/litri
A8	Costo variabile	E9	€/litri ²
A9	Spese di vendita	E10	€/litri
A10	Ricavo	E13	litri
C12	I dati per la tabella	E14	litri
A13	Vincolo tecnico	E15	litri
A14	Estremo inferiore	E16	litri
A15	Estremo superiore	E20	€
A16	Incremento		
C19	Il risultato		
A20	Il guadagno massimo è circa di		
A21	Con una vendita indicata dalla freccia		

Prepariamo il contorno della tabella

Nelle seguenti celle digitiamo le intestazioni delle tre colonne:

G4: L'ottimo

H4: V

I4: G

Inoltre per dare risalto alla tabella, ne evidenziamo il bordo. Dopo aver evidenziato con il mouse la zona della tabella G5:I25, usiamo il comando **Formato**, nella tendina corrispondente selezioniamo **Celle...**, facciamo clic sul nome **Bordo**. Nella finestra di dialogo corrispondente, facciamo clic prima sulla linea continua contenuta nel campo **Stile**, poi sulla vignetta **Bordato** del campo **Predefinito**. Ripetiamo la stessa operazione per la zona delle intestazioni G4:I4.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Un problema di scelta in condizioni di certezza								
2	La vendita dei detersivi								
3									
4	I dati si riferiscono a una settimana.						L'ottimo	V	G
5									
6				I dati del problema					
7	Costo fisso						EUR		
8	Costo variabile						EUR/litri		
9	Spesa di vendita						EUR/litri ²		
10	Ricavo						EUR/litri		
11									
12				I dati per la tabella					
13	Vincolo tecnico						litri		
14	Estremo inferiore						litri		
15	Estremo superiore						litri		
16	Incremento						litri		
17									
18									
19				Il risultato					
20	Il guadagno massimo è circa di						EUR		
21	con una vendita indicata dalla freccia.								
22									
23									
24									
25									

◀ Figura 1 Il foglio con le didascalie.

Al termine dell'impostazione del foglio otteniamo la situazione di figura 1.

Immettiamo i dati costanti del problema

Immettiamo, nelle celle seguenti, i dati del problema:

D7: 100 D8: 2 D9: 0,001 D10: 3 D13: 650

Immettiamo un controllo ai dati d'ingresso

Per controllare la correttezza degli estremi di variazione delle vendite, che dobbiamo inserire a ogni ricalcolo della tabella, nella cella A17, digitiamo la formula:

= SE(O(D14 < 0;D14 > D15;D15 > D13);"Almeno un estremo non è accettabile";"Gli estremi sono accettabili")

Calcoliamo l'incremento della colonna delle vendite

Decidiamo che l'incremento, per costruire la colonna delle vendite, sia di un ventesimo dell'intervallo scelto, pertanto, nella cella D16 digitiamo la formula: = (D15-D14)/20. La tabella risulta costituita da ventun righe.

Prepariamo la colonna per la variazione delle vendite

Per ottenere il valore iniziale nella colonna della vendite, nella cella H5 digitiamo la formula:

= D14.

Per ottenere i valori successivi, nella cella H6 digitiamo la formula:

= H5 + \$D\$16

e la copiamo nella zona H7:H25.

Digitiamo la formula per ottenere i valori del guadagno

In questo problema il ricavo è dato da:

$$R(x) = 3x,$$

la spesa è data da:

$$C(x) = 0,001x^2 + 2x + 100$$

quindi il guadagno è dato da:

$$G(x) = 3x - (0,001x^2 + 2x + 100).$$

Traduciamo la formula del guadagno nella sintassi di Excel. Digitiamo nella cella I5 la formula:

= \$D\$10*H5 - (\$D\$9*H5 ^ 2 + \$D\$8*H5 + \$D\$7)

e la copiamo nella zona I6:I25.

Troviamo il massimo guadagno

Per trovare il massimo guadagno nella cella D20 digitiamo la formula:

= MAX(I5:I25).

Per trovare il valore massimo usiamo l'operatore MAX, che si scrive nella forma = MAX(zona), dove zona è una zona del foglio elettronico.

Inseriamo l'indicazione per la riga dell'ottimo

Per avere la segnalazione dal sistema della riga della situazione ottimale, nella cella G5 digitiamo la formula: = SE(I5 = \$D\$20; "→"; " ") e la copiamo nella zona G6:G25.

Usiamo il foglio costruito per risolvere il problema

Diamo gli estremi di variazione della vendita, inserendo nella cella D14, il valore 1 e nella cella D15 il valore 650, seguiti dal tasto INVIO. Il foglio si presenta nella forma di figura 2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1	Un problema di scelta in condizioni di certezza									
2	La vendita dei detersivi									
3										
4	I dati si riferiscono a una settimana.						L'ottimo	V	G	
5								1	-99,001	
6	I dati del problema							33,45	-67,6689	
7	Costo fisso				100	EUR		65,9	-38,44281	
8	Costo variabile				2	EUR/litri		98,35	-11,32272	
9	Spesa di vendita				0,001	EUR/litri*2		130,8	13,69136	
10	Ricavo				3	EUR/litri		163,25	36,599438	
11								195,7	57,40151	
12	I dati per la tabella							228,15	76,097578	
13	Vincolo tecnico				650	litri		260,6	92,68764	
14	Estremo inferiore				1	litri		293,05	107,1717	
15	Estremo superiore				650	litri		325,5	119,54975	
16	Incremento				32,45	litri		357,95	129,8218	
17	Gli estremi sono accettabili							390,4	137,98784	
18								422,85	144,04788	
19	Il risultato							455,3	148,00191	
20	Il guadagno massimo è circa di				149,8499	EUR	---	487,75	149,84994	
21	con una vendita indicata dalla freccia.							520,2	149,59196	
22								552,65	147,22798	
23								585,1	142,75799	
24								617,55	136,182	
25								650	127,5	

◀ Figura 2 Il foglio con la variazione di vendita settimanale da 1 litro a 650 litri.

Raffiniamo la soluzione, ricalcolando la tabella in un intervallo più ristretto, contenente la posizione ottimale. Inseriamo nella cella D14, il valore 452 e nella cella D15 il valore 532, seguiti dal tasto INVIO. Il foglio si presenta come in figura 3: possiamo leggere l'indicazione del valore ottimale.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1	Un problema di scelta in condizioni di certezza									
2	La vendita dei detersivi									
3										
4	I dati si riferiscono a una settimana.						L'ottimo	V	G	
5								452	147,696	
6	I dati del problema							456	148,064	
7	Costo fisso				100	EUR		460	148,4	
8	Costo variabile				2	EUR/litri		464	148,704	
9	Spesa di vendita				0,001	EUR/litri*2		468	148,976	
10	Ricavo				3	EUR/litri		472	149,216	
11								476	149,424	
12	I dati per la tabella							480	149,6	
13	Vincolo tecnico				650	litri		484	149,744	
14	Estremo inferiore				452	litri		488	149,856	
15	Estremo superiore				532	litri		492	149,936	
16	Incremento				4	litri		496	149,984	
17	Gli estremi sono accettabili						---	500	150	
18								504	149,984	
19	Il risultato							508	149,936	
20	Il guadagno massimo è circa di				150	EUR		512	149,856	
21	con una vendita indicata dalla freccia.							516	149,744	
22								520	149,6	
23								524	149,424	
24								528	149,216	
25								532	148,976	

► Figura 3 Il foglio con la variazione di vendita settimanale da 452 litri a 532 litri.

A questo punto salviamo il foglio con **File_Salva con nome**, dandogli un nome e un luogo di memorizzazione. Per risolvere un altro problema lo apriamo con **File_Apri**.

Provalo con opportuni adattamenti agli esercizi proposti.

Se per qualsiasi motivo, nel mercato avvengono variazioni di spesa e di ricavo, cambiamo i dati contenuti nelle celle corrispondenti, diamo INVIO e automaticamente Excel aggiorna tutto il foglio, dandoci le opportune indicazioni.

ESERCITAZIONE GUIDATA

Problema. Un barista acquista paste a € 0,5 l'una sapendo di rivenderle a € 0,77 l'una. Le paste non vendute in giornata non possono più essere vendute. In base all'esperienza, il barista pensa di vendere da un minimo di 15 a un massimo di 40 paste al giorno con la seguente probabilità.

Numero paste	15	20	25	30	40
Probabilità	$\frac{5}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{35}{100}$	$\frac{25}{100}$	$\frac{20}{100}$

Quante paste deve acquistare giornalmente il barista per avere il massimo guadagno?

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1	Un problema in condizioni di incertezza									
2										
3	Il problema del pasticciere									
4										
5	Spesa	0,5 EUR l'una								
6	Ricavo	0,77 EUR l'una								
7	Guadagno	0,27 EUR l'una								
8										
9				Paste acquistate						
10				15	20	25	30	40	Probabilità	
11	E1: paste richieste		15	4,05	1,55	-0,95	-3,45	-8,45	0,05	
12	E2: paste richieste		20	4,05	5,4	2,9	0,4	-4,6	0,15	
13	E3: paste richieste		25	4,05	5,4	6,75	4,25	-0,75	0,35	
14	E4: paste richieste		30	4,05	5,4	6,75	8,1	3,1	0,25	
15	E5: paste richieste		40	4,05	5,4	6,75	8,1	10,8	0,2	
16	Guadagno medio			4,05	5,2075	5,7875	5,02	1,56	1	
17	Acquisto di paste consigliato					25				
18										
19	Il massimo guadagno medio è di			5,7875 EUR.						
20										
21	Il massimo guadagno è probabile che si ottenga con l'acquisto di paste:							25	.	

Oltre alle varie didascalie e ai dati del problema, per controllare che la somma delle probabilità dei vari eventi sia 1, inseriamo nella cella I20 l'istruzione:

$$= SE(SOMMA(I15 : I19) = 1; 1; "Errore nei dati della probabilità")$$

Inoltre, per calcolare e per mostrare il guadagno nei vari casi, nella cella D11 digitiamo la formula:

$$= SE(\$C11 > = D\$10; \$B\$7*\$C11; \$B\$6*\$C11 - \$B\$5*D\$10)$$

e per costruire la tabella dei guadagni la copiamo nella colonna D12:D15. Poi evidenziamo e copiamo la zona D12:D15 sino alla zona H12:H15.

La giustificazione della formula è la seguente:

- se le paste richieste sono maggiori o uguali alle paste acquistate, il guadagno globale si ottiene moltiplicando il guadagno unitario (contenuto nella cella B7) per le paste acquistate (infatti sono state vendute tutte);
- se le paste richieste sono inferiori alle paste acquistate, il guadagno totale si ottiene come differenza fra i prodotti delle paste richieste per il ricavo unitario (contenuto nella cella B6) e il prodotto delle paste acquistate per la spesa unitaria (contenuta nella cella B5). (Il guadagno può essere negativo).

Per trovare il guadagno massimo medio, nella cella D18 digitiamo la formula = MAX(D16:H16).

Esercitazioni

- 1** Una fabbrica produce borsette, per ognuna delle quali sostiene un costo di C euro, un ricavo di R euro e un ulteriore costo di I euro l'una per le rimaste invendute.

Si prevede la seguente distribuzione di probabilità delle vendite giornaliere:

Numero di borsette richieste	50	100	150	200	250	300
Probabilità	16%	18%	26%	24%	12%	4%

Costruisci un foglio elettronico che, dopo aver letto di C , R e I , determini, mediante il criterio del valor medio, il numero delle borsette da produrre al giorno per ottenere il massimo guadagno.

Prova il foglio con $C = 25$ €, $R = 40$ € e $I = 15$ €.

[150]

Considera sei valori di una variabile aleatoria V con le rispettive probabilità e i corrispondenti valor medio $M(V)$, varianza $var(V)$ e scarto quadratico medio $\sigma(V)$ e, per ognuno dei seguenti casi, costruisci un foglio elettronico che legga i dati indicati e determini i risultati richiesti.

- 2** I valori della variabile V e le rispettive probabilità $\Rightarrow M(V)$, $var(V)$ e $\sigma(V)$.
- 3** Cinque valori (escluso V_1) di V e le probabilità dei sei valori e $M(V) \Rightarrow V_1$, $var(V)$ e $\sigma(V)$.
- 4** Cinque valori (escluso V_5) di V e le probabilità dei sei valori e $var(V) \Rightarrow V_5$, $var(V)$ e $\sigma(V)$.
Suggerimento: Usa *Strumenti_Ricerca Obiettivo*.
- 5** V e le probabilità di quattro dei sei valori (esclusi p_3 e p_4) e $M(V) \Rightarrow p_3, p_4, var(V)$ e $\sigma(V)$.
- 6** V e le probabilità di quattro dei sei valori (esclusi p_3 e p_4) e $var(V) \Rightarrow p_3, p_4, M(V)$ e $\sigma(V)$.
Per verificare la correttezza dei fogli costruiti usa opportunamente la seguente situazione:

V	68	78	91	102	115	120
Probabilità	8%	20%	25%	22%	15%	10%

$$M(V) = 95,4800, var(V) = 253,1696 \text{ e } \sigma(V) = 15,9113.$$

I sei costi di gestione aleatori A, B, C, D, E ed F dipendono dal verificarsi degli eventi E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 e E_6 . Costruisci un foglio elettronico che, letti i costi espressi in euro e le rispettive probabilità, determini l'alternativa più conveniente,

- 7** utilizzando il criterio del valor medio.
Prova il foglio nel seguente caso:

	A	B	C	D	E	F	Probabilità
E_1	4	8	8	8	10	8	14%
E_2	16	10	30	25	20	25	16%
E_3	40	60	80	85	50	40	20%
E_4	60	92	95	90	80	60	28%
E_5	100	95	105	100	110	90	14%
E_6	118	100	110	120	120	120	8%

[A con $M(A) = 51,36$]

- 8** Sapendo che si è disposti a correre un rischio pari al $p\%$ del valor medio.
Prova il foglio nel caso precedente con $p = 60$. [B]
- 9** Utilizzando il criterio del min-max e poi quello del max-min considerando come guadagni i dati della tabella.
Prova il foglio nel caso precedente non considerando le probabilità. [B; E]
- 10** Utilizzando il criterio del rischio con $p\%$ che varia da $p_1\%$ a $p_2\%$ con passo $dp\%$.
Prova il foglio nel caso precedente con $p_1 = 48, p_2 = 76$ e $dp = 4$.
[$p = 48$: nessuna; $p = 52$ e 56 : D; $p = 60$: B; $p = 64$ e 68 : F; $p = 72$ e 76 : A]
- 11** Utilizzando il criterio del min-max con l'elemento (B; E6) variabile.
Prova il foglio nel caso precedente con (B; E6) variabile da 92 a 128 con passo 6.
[(B; E6) = 92, 98 e 104: B; (B; E6) = 110: B o C; (B; E6) = 116, 122 e 128: C]
- 12** Utilizzando il criterio del valor medio con le percentuali p_4 e p_5 di somma costante e variando p_4 .
Prova il foglio nel caso precedente con $p_4 + p_5 = 42\%$ e p_4 variabile da 28% a 8% con passo 4% e $p_5 = 42\%$.
[$p_4 = 28$ e 24 : A; $p_4 = 20\%, 16\%, 12\%, 8\%$: F]