LABORATORIO DI MATEMATICA

LA PROGRAMMAZIONE LINEARE CON EXCEL/WIRIS

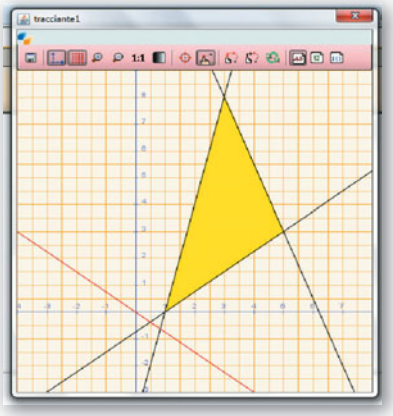
ESERCITAZIONE GUIDATA

Determiniamo il massimo della funzione $z = 3x + 4y + 40$, soggetta ai vincoli: $y \geq \frac{3}{4}x - \frac{3}{4}$, $y \leq 4x - 4$ e $y \leq -\frac{5}{2}x + \frac{31}{2}$.

```
v1 = y = 3/4 · x − 3/4;
v2 = y = 4 · x − 4;
v3 = y = −5/2 · x + 31/2;
r_guida = 3 · x + 4 · y = 0;
A = risolvere{v1, v2} → {{x=1, y=0}}
B = risolvere{v1, v3} → {{x=5, y=3}}
C = risolvere{v2, v3} → {{x=3, y=8}}
```

▲ Figura 2

- Attiviamo Wiris e inseriamo i vincoli sotto forma di equazioni di rette e la retta guida (figura 1).
- Determiniamo le coordinate dei punti base A, B e C.
- Per mezzo delle istruzioni grafiche di Wiris (figura 2) e della valutazione dei versi delle disequazioni ricaviamo la regione ammissibile (figura 3).



▲ Figura 1

```
t= tracciante(punto(2, 3), 12, 12);
r_am = poligono({punto(A1(x), A1(y)), punto(B1(x), B1(y)), punto(C1(x), C1(y))});
tracciare(t, r_am, {riempire = vero, colore = giallo});
tracciare(t, {v1, v2, v3});
tracciare(t, r_guida, {colore = rosso});
```

◀ Figura 3

Scriviamo la funzione z e la calcoliamo nei punti base (figura 4), trovando che assume il valore massimo, 81, nel punto C.

```
z(x, y) = 3 · x + 4 · y + 40;
z(A1(x), A1(y)) → 43
z(B1(x), B1(y)) → 67
z(C1(x), C1(y)) → 81
```

► Figura 4

Esercitazioni

Costruisci un foglio di Excel o un blocco di Wiris o una sessione di Derive che:
– permetta di inserire un valore per il parametro $k \in \mathbb{Z}$,
– determini il massimo della funzione z, soggetta ai vincoli indicati, al variare di x e di y in $\mathbb{Z}^+$,
– tracci i grafici della regione ammissibile e della funzione z corrispondenti al valore di k scelto, dove evidenzi il punto di massimo.

1 $z = 8x + 5y$, s.v. $\begin{cases} k \cdot x + y \leq 8 \\ 2x + y \leq 10 \end{cases}$ Prova con $k = 1$. [$z = 46$, $(2; 6)$]

Copyright © 2012 Zanichelli editore S.p.A., Bologna
Questo file è una estensione online dei corsi di matematica di Massimo Bergamini, Anna Trifone e Graziella Barozzi

2 $z = 8x + 3y$ s.v. $\begin{cases} k \cdot x + y \leq 5 \\ 2x + 2y \leq 9 \\ 3x + y \leq 7 \end{cases}$ Prova con $k = 2$. [$z = 19$, $(2; 1)$]

Con l'aiuto del computer risolvi i sistemi formati con le seguenti disequazioni con il metodo grafico.

3 $\begin{cases} x + 9y \geq 21 \\ y - 3x \leq -7 \\ 5x + 3y \leq 63 \end{cases}$ [un triangolo: $A(3; 2)$, $B(12; 1)$, $C(6; 11)$]

4 $\begin{cases} y \geq 0 \\ 2x + y \leq 12 \\ 5x + 4y \geq 20 \\ y - x - 5 \leq 0 \end{cases}$ [un quadrilatero: $A(4; 0)$, $B(6; 0)$, $C(0; 5)$, $D(2{,}33; 7{,}33)$]

5 $\begin{cases} x - 2y \geq -10 \\ 2x + 3y \geq 15 \\ 3x - 6y \leq -2 \end{cases}$ $\left[\text{una superficie illimitata: } A(0; 5),\ B\left(4; \frac{7}{3}\right)\right]$

6 $\begin{cases} 5x + y \geq 10 \\ y - 2x \leq 10 \\ 4y - 15x \geq 5 \end{cases}$ [un triangolo: $A(0; 10)$, $B(1; 5)$, $C(5; 20)$]

7 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 10 \\ x + 2y \leq 14 \\ 3x + y \leq 14 \end{cases}$ [un pentagono: $O(0; 0)$, $A(4{,}67; 0)$, $B(4; 2)$, $C(2; 6)$, $D(0; 7)$]

8 $\begin{cases} 5x + y \geq 10 \\ 5x + y \leq -2 \\ x + y \geq 5 \end{cases}$ [l'insieme vuoto]

Con l'aiuto del computer, determina le coordinate del massimo e del minimo delle seguenti funzioni nella regione ammissibile a fianco indicata, imponendo alle variabili coinvolte il vincolo di positività.
Traccia il grafico della regione e quelli della funzione dopo aver sostituito a z i valori massimo e minimo.

9 $z = 5x + 2y$, s.v. $\begin{cases} 2x + y \leq 6 \\ 2x - y \leq 2 \\ 2y - x \leq 8 \end{cases}$ [$(2; 2)$, $z = 14$; $(0; 0)$, $z = 0$]

10 $z = 4x + 6y$, s.v. $\begin{cases} x + 2y \leq 4 \\ 10x + 6y \leq 15 \\ 6x + y \leq 6 \\ 2x + y \geq 1 \end{cases}$ [$(0{,}43; 1{,}79)$, $z = 12{,}43$; $(0{,}5; 0)$, $z = 2$]

11 $z = 4x + 3y$, s.v. $\begin{cases} 2x + y \leq 11 \\ x + 8y \leq 49 \\ x + y \leq 7 \\ 8x + 6y \geq 9 \end{cases}$ $\left[(4; 3),\ z = 25;\ \text{nel segmento: } \left(\frac{9}{8}; 0\right) - \left(0; \frac{3}{2}\right),\ z = 4{,}5\right]$

12 $z = 12x + 3y$, s.v. $\begin{cases} 3x + y \leq 104 \\ x + 2y \leq 64 \\ x + y \leq 40 \\ x \leq 34 \end{cases}$ [$(34; 2)$, $z = 414$; $(0; 0)$, $z = 0$]

Copyright © 2012 Zanichelli editore S.p.A., Bologna
Questo file è una estensione online dei corsi di matematica di Massimo Bergamini, Anna Trifone e Graziella Barozzi

Con l'aiuto del computer, dopo aver assegnato un valore al parametro (k o c o t), determina le coordinate del massimo della funzione z e il suo valore. Imponi il vincolo di positività e dove è richiesto imponi alle variabili di essere intere.

13 $z = x_1 + k \cdot x_2$, s.v. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 16 \\ x_1 + 6x_2 \leq 30 \end{cases}$ Poni $k = 1$ e 7. [(6; 4), $z = 10$; (0; 5), $z = 35$]

14 $z = 2x_1 + 6x_2$, s.v. $\begin{cases} x_1 + c \cdot x_2 \leq 36 \\ x_1 + x_2 \leq 12 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 43 \\ 2x_1 + x_2 \leq 21 \end{cases}$ Soluzioni intere. Poni $c = 4$, 8 e 12.

[(4; 8), $z = 56$; (8; 3), $z = 34$; (9; 2), $z = 30$]

15 $z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 3x_5$, s.v. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 + x_5 \leq t \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 4x_4 + 5x_5 \leq 64 \\ 9x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 4x_5 \leq 65 \end{cases}$ Poni $t = 20$ e 60.

[(2,4; 0; 1,8; 0; 10,4), $z = 43{,}2$; (5,7; 0; 13,2; 0; 0), $z = 64$]

16 $z = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3$, s.v. $\begin{cases} 6x_1 + 8x_2 + 4x_3 \leq t \\ 9x_1 + 4x_2 + 6x_3 \leq 830 \\ 5x_1 + 8x_2 + 7x_3 \leq 970 \end{cases}$ Soluzioni intere. Poni $t = 500$ e 820.

[(0; 0; 125), $z = 250$; (30; 50; 60), $z = 410$]

17 $z = 12x_1 + 10x_2 + 8x_3 + k \cdot x_4$, s.v. $\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 140 \\ 6x_1 + 5x_2 + 8x_3 + 2x_4 \leq 125 \\ 4x_1 + 8x_2 + 6x_4 \leq 118 \end{cases}$ Poni $k = 4$, 6 e 12.

[(8,8; 10,4; 2,6; 0), $z = 229{,}4$; (8,2; 0; 6; 14,2), $z = 230{,}8$; (0; 0; 10,7; 19,7), $z = 321{,}7$]

18 $z = 7x_1 + 6x_2 + 8x_3 + k \cdot x_4$, s.v. $\begin{cases} 6x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 790 \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 \leq 590 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 440 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 540 \end{cases}$ Poni $k = 4$ e 7.

[(51,3; 19,2; 82,1; 0), $z = 1131{,}3$; (0,50; 0; 130), $z = 1210$]

Copyright © 2012 Zanichelli editore S.p.A., Bologna
Questo file è una estensione online dei corsi di matematica di Massimo Bergamini, Anna Trifone e Graziella Barozzi