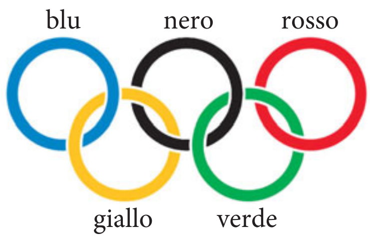
REALTÀ E MODELLI SCHEDA DI LAVORO

1 Anelli olimpici

I cinque anelli e la bandiera olimpica furono presentati ufficialmente da Pierre de Coubertin al Congresso Olimpico di Parigi nel 1914. Gli ideali di universalità e fratellanza simboleggiati dai cinque anelli intrecciati (che nel loro complesso rappresentano i cinque continenti) erano una proposta molto innovativa per l'epoca, l'inizio del XX secolo, in un clima mondiale sempre più teso e segnato da forti nazionalismi.



- Disponi i cinque anelli in un sistema di riferimento cartesiano in modo che il centro della circonferenza nera coincida con l'origine e l'asse x sia tangente alle circonferenze gialle e verdi. Supponi gli anelli di spessore nullo, di raggio unitario e poni uguale a $\frac{1}{4}$ la distanza tra due circonferenze successive della stessa fila (attento, la distanza è data fra due circonferenze, non fra i rispettivi centri).
- Trova le equazioni delle cinque circonferenze.
- Partendo dall'anello nero, quali trasformazioni occorre eseguire per ottenere gli altri quattro?

- La circonferenza nera ha equazione $x^2 + y^2 = \square$.

  La circonferenza ____ ha centro con ascissa $2 + \square = \frac{9}{4}$, perciò ha equazione $\left(x - \frac{9}{4}\right)^2 + y^2 = \square$.

  La circonferenza blu ha centro con ascissa $\square = -\frac{9}{4}$, perciò ha equazione $\left(x + \frac{9}{4}\right)^2 + y^2 = \square$.

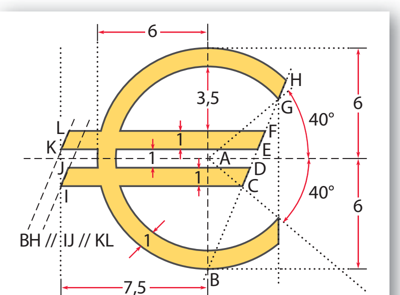
  La circonferenza ____ ha centro con ascissa $\square = \frac{9}{8}$ e ordinata -1, perciò ha equazione $\left(x - \frac{9}{8}\right)^2 + \square = \square$.

  La circonferenza ____ ha centro con ascissa $\square = -\frac{9}{8}$ e ordinata -1, perciò ha equazione $\left(x + \frac{9}{8}\right)^2 + \square = \square$.

- Dalla circonferenza nera si ottengono le altre per traslazione di vettore $\left(\square; 0\right)$ per la rossa, $\left(\square; 0\right)$ per la blu, $\left(\frac{9}{8}; \square\right)$ per la verde, $\left(-\frac{9}{8}; \square\right)$ per la gialla.

2 Simbolo dell'euro

Il simbolo dell'euro (€) è stato presentato al pubblico dalla Commissione europea nel dicembre 1996, che ha motivato così la sua scelta: «la € si ispira all'epsilon greca, e rinvia quindi alla culla della civiltà europea e alla prima lettera di Europa, barrata con due tratti orizzontali paralleli a indicare la stabilità dell'euro».



La figura riporta le misure ufficiali del simbolo dell'euro.

- Fissato il sistema di riferimento cartesiano con l'origine nel punto A e l'asse delle ascisse orizzontale, scrivi le equazioni dei tratti principali del simbolo: i due archi di circonferenza concentrici e le due barre orizzontali. (Per semplificare i calcoli, anche se non corrisponde alle indicazioni del disegno, supponi che la retta AG e la retta simmetrica formino angoli di 45° anziché di 40°.)

Il raggio della circonferenza ____ è 5, di quella ____ è 6, quindi le due equazioni sono $x^2 + y^2 = 25$ e $x^2 + y^2 = 36$.

Considerando la retta AG come la bisettrice $y = x$, le coordinate di G si ottengono come intersezione di tale retta con la circonferenza interna, perciò $\ldots = 25$ e $x_G = \ldots$. L'arco di circonferenza interna ha quindi equazione $x^2 + y^2 = 25$ con $\ldots \le x \le \ldots$.

Per descrivere correttamente l'arco di circonferenza esterna, bisogna trovare le coordinate del punto H, intersezione della circonferenza esterna con la retta BG, con $B(0; \ldots)$ e $G\left(\frac{5}{2}\sqrt{2}; \ldots\right)$. L'equazione di BG è $y = \ldots x - 6$.

Svolgendo i calcoli del sistema tra la retta BG e la circonferenza $x^2 + y^2 = 36$ si ottiene l'equazione risolvente $\ldots x^2 - \ldots x = 0$ che, oltre alla soluzione $x_B = 0$, fornisce $x_H = \ldots \simeq 3{,}91$.

Perciò l'arco di circonferenza esterna ha equazione:

$$y = \begin{cases} \sqrt{36 - x^2} & \text{se } -6 \le x \le \ldots, \text{ con } \ldots \simeq 3{,}91 \\ -\sqrt{36 - x^2} & \text{se } -6 \le x \le \ldots \end{cases}$$

Le rette che contengono i quattro segmenti orizzontali hanno equazione (dall'alto in basso):

$$y = \frac{3}{2},\ y = \ldots,\ y = \ldots,\ y = -\frac{3}{2}.$$

I punti con ascissa positiva che delimitano i segmenti si ottengono dalle intersezioni con la retta BG; le loro ascisse sono:

$$x_C = \frac{45}{2(5 + 6\sqrt{2})} \simeq 1{,}67,\ x_D = \ldots \simeq 2{,}04,$$

$$x_E = \frac{65}{2(5 + 6\sqrt{2})} \simeq 2{,}41,\ x_F = \ldots \simeq 2{,}78.$$

Per le coordinate dei punti che delimitano i segmenti sulla sinistra, bisogna trovare le equazioni delle rette KL e IJ che sono parallele alla retta BG.

L'equazione di KL è $y - \frac{1}{2} = \left(1 + \ldots\right)\left(x + \ldots\right)$ e l'intersezione con la retta $y = \frac{3}{2}$ è $x_L = \ldots \simeq -7{,}13$.

Poiché $KL \parallel IJ$, $\overline{KL} = \overline{IJ}$ e $x_I = x_K$, si ha $x_J = x_L = \ldots \simeq -7{,}13$.

In conclusione i segmenti orizzontali hanno equazione:

$$y = \frac{3}{2} \quad \text{con } \ldots \le x \le \ldots, \quad \text{dove } \ldots \simeq -7{,}13,\ \ldots \simeq 2{,}78;$$

$$y = \frac{1}{2} \quad \text{con } x_K \le x \le x_E, \quad \text{dove } x_K = \ldots,\ x_E \simeq 2{,}41;$$

$$y = -\frac{1}{2} \quad \text{con } \ldots \le x \le \ldots, \quad \text{dove } \ldots \simeq -7{,}13,\ \ldots \simeq 2{,}04;$$

$$y = -\frac{3}{2} \quad \text{con } \ldots \le x \le \ldots, \quad \text{dove } \ldots = -\frac{15}{2},\ \ldots \simeq 1{,}67.$$

3 La pista di atletica leggera

Le corse di atletica leggera si svolgono, nella versione outdoor, su una pista formata da un minimo di sei corsie, otto per le gare internazionali, della larghezza di 1,22 metri ciascuna. Due tratti paralleli delle corsie sono rettilinei e hanno una lunghezza di 100 m ciascuno, mentre le due curve hanno la forma di due semicirconferenze, anch'esse di lunghezza (riferita alla prima corsia) di 100 m. La linea di arrivo si trova al termine di uno dei tratti rettilinei.

- Fissato un opportuno sistema di riferimento, determina le equazioni delle due semicirconferenze.
- Di quanto è più lunga la seconda corsia rispetto alla prima?
- Se un corridore parte dalla sesta corsia, di quanto deve spostarsi in avanti alla partenza, rispetto a un corridore della prima, per percorrere lo stesso tratto in una gara di 400 m?
- Qual è l'area racchiusa dalla pista?

- Fissiamo il sistema di riferimento con l'origine coincidente con il centro delle circonferenze che individuano una della pista, e l'asse x parallelo ai tratti della pista.

  La lunghezza della semicirconferenza SC_1 più interna è $l =$. La lunghezza del suo raggio è quindi:

  $$\quad = 100 \quad \rightarrow \quad r = \quad \simeq 31,83\ \text{m}.$$

  Se il centro della circonferenza C_1 a cui appartiene SC_1 coincide con il del sistema di , allora l'equazione della circonferenza è:

  $$C_1: \quad = 1013,15,$$

  mentre l'equazione della si ottiene esplicitando la x, ovvero:

  $$SC_1: x = -\sqrt{1013,15 - y^2}.$$

  L'altra circonferenza C_2 (corrispondente alla curva opposta) ha il centro C sull'asse x pari al tratto rettilineo della pista; si ha quindi:

  $$C(100; 0) \quad \rightarrow \quad C_2: \quad + y^2 = \quad .$$

  Analogamente al caso precedente l'equazione della è:

  $$SC_2: x = 100 + \sqrt{1013,15 - y^2}.$$

- La circonferenza C_1' della seconda corsia ha un raggio maggiore di m rispetto alla prima.
  La lunghezza della SC_1' è quindi:

  $$l' = \quad (r + \quad) = 103,83\ \text{m}.$$

  La seconda corsia è più lunga della prima di:

  $$d = 2(\quad - l) = \quad \text{m}.$$

- La differenza tra la lunghezza di una corsia successiva e la precedente è di m, quindi un corridore in sesta corsia dovrà partire con un vantaggio di $\cdot 5 = 330,3$ m.

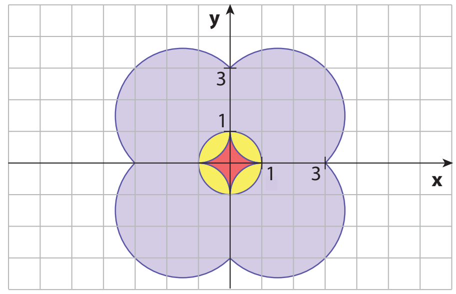
- L'area del campo è data dalla somma dell'area del avente per dimensioni il tratto rettilineo e il diametro di una delle semicirconferenze e l'area dei due semicerchi:

  $$A_{\text{campo}} = 2A_{\text{semicerchio}} + A_{\text{rettangolo}} = \pi \quad + 100 \cdot 2\frac{100}{\pi} = \quad = 9549,30\ \text{m}^2.$$

4 **Il fiore**

Laura vuole preparare dei bigliettini al computer con un disegno stilizzato di un fiore. Ha a disposizione solo un programma di grafica vettoriale molto semplice, e quindi deve dare al computer le equazioni corrette degli archi di curva che compongono il disegno.

▶ Quali sono queste equazioni?



▶ Per trovare l'equazione della ____ più esterna che forma il petalo del 1° quadrante, consideriamo che la curva passa per ____ e per i punti ____ e (0; 3), perciò il centro si trova in (1,5; 1,5). L'equazione è:

$$x^2 + \_\_ - \_\_ - 3y = 0.$$

Gli altri archi sono simmetrici del primo rispetto agli assi x e y. L'equazione complessiva è dunque:

$$x^2 + y^2 - \_\_ - \_\_ = 0.$$

La circonferenza intermedia ha equazione $x^2 + y^2 = 1$.
Il piccolo petalo nel primo quadrante è un arco della circonferenza $(x-1)^2 + \_\_ = 1$; per rappresentare i quattro piccoli petali bisogna esplicitare la y, limitare i valori di x e inserire i valori ____. Si ottiene:

$$\_\_ = 1 - \sqrt{2|x| - x^2} \quad \text{con } |x| \_\_ 1.$$