REALTÀ E MODELLI SCHEDA DI LAVORO

1 Partita di pallavolo

Durante un torneo di giochi scolastici assistiamo a una partita di pallavolo.
Immaginiamo di fissare un sistema di riferimento cartesiano centrato su una parete alle spalle di una squadra e proiettiamo sulla parete le varie posizioni della palla.
La traiettoria parabolica della palla alzata dal palleggiatore raggiunge la sua massima altezza nel punto $A(4; 6)$ e viene intercettata dallo schiacciatore nel punto $B\left(\frac{1}{2}; \frac{47}{16}\right)$.

- ▶ Determina l'equazione della traiettoria.
- ▶ Nel caso in cui lo schiacciatore (o per meglio dire la sua proiezione sulla parete di fondo) si trovi nell'origine, a che altezza intercetta la palla? (Supponi che il giocatore salti verticalmente.)
- ▶ Se il soffitto della palestra è alto 5,5 m, riuscirà il palleggiatore ad alzare ugualmente la palla? In caso negativo, in che punto la palla rimbalzerà contro il soffitto?

▶ Nei dati del problema vengono fornite le coordinate del della parabola e il passaggio per un punto. Le tre condizioni per ricavarne l'equazione sono:

$$\begin{cases} \quad\quad = 4 \\ -\dfrac{\Delta}{4a} = 6 \\ \dfrac{1}{4}a + \dfrac{1}{2}b + c = \quad\quad \end{cases} \quad \text{risolvendo per sostituzione:} \quad \begin{cases} a = -\dfrac{1}{4} \\ b = 2 \\ c = 2 \end{cases}$$

L'equazione della traiettoria risultante è:

▶ Il quesito si risolve imponendo l' uguale nell'equazione della parabola e calcolandone :

$$y = \quad\quad\quad \rightarrow \quad y = 2.$$

Quindi lo schiacciatore intercetta la palla a una altezza di .

▶ Se il soffitto è alto 5,5 m il palleggiatore non riuscirebbe ad alzare la palla in quanto il punto di della traiettoria (il della parabola) è pari a .
Per determinare il punto P in cui la palla rimbalza contro il soffitto basta calcolare per quali valori di l'equazione assume il valore :

$$\frac{11}{2} = \quad\quad\quad \rightarrow \quad x^2 \quad\quad\quad = 0 \quad \rightarrow \quad x = 4 \pm \sqrt{2}.$$

Il punto di impatto avrà coordinate:

$$P\left(4 + \sqrt{2}; \frac{11}{2}\right).$$

2 Efficienza di un motorino

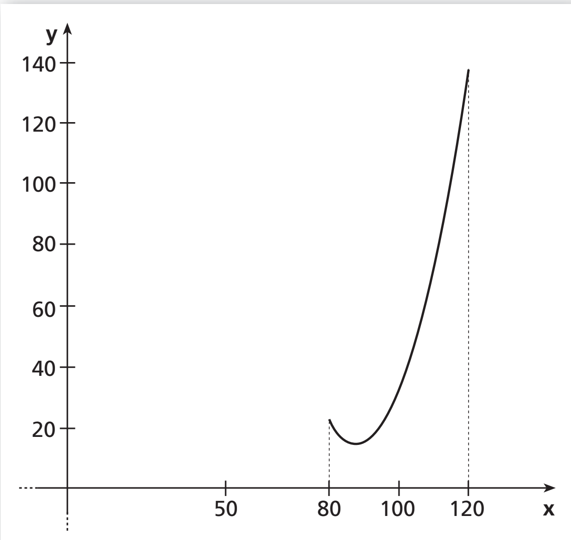
L'efficienza di un motorino (ossia il numero dei kilometri percorsi con un litro di carburante) dipende dal peso del veicolo, approssimativamente secondo la formula:

$$E(x) = 0{,}12x^2 - 21{,}12x + 944{,}12, \qquad 80 \leq x \leq 120,$$

dove x è il peso del motorino in kilogrammi. Sulla base di tale informazione:

- qual è il peso del motorino meno efficiente?
- qual è l'efficienza minima?
- quanto pesano i motorini la cui efficienza è superiore a quella minima di almeno tre unità?

La funzione $E(x)$ è rappresentata da una ____ con concavità rivolta verso ____. Nel grafico è riportata la porzione relativa ai limiti posti sulla variabile x.



◄ Figura 1

- Come si vede dal grafico, la minima efficienza si ha in corrispondenza del valore ____ della parabola:

  $$x_V = \underline{\hspace{3em}} = 88, \text{ ovvero } 88 \text{ kg}.$$

- ____ corrispondente è quindi:

  $$y_V = \underline{\hspace{6em}} = 14{,}84, \text{ ovvero } 14{,}84 \text{ km con 1 litro}.$$

- Un motorino supera l'efficienza minima di almeno tre unità se:

  $$E(x) \geq \underline{\hspace{2em}} \quad \to \quad E(x) \geq 17{,}84 \quad \to$$

  $$\to \quad \underline{\hspace{5em}} \geq 17{,}84 \quad \to \quad 0{,}12x^2 \underline{\hspace{4em}} \geq 0$$

  che è soddisfatta per valori esterni all'intervallo delle radici $x_1 \simeq$ ____ e $x_2 \simeq$ ____. Tenendo conto dei limiti imposti su x, i motorini con efficienza di almeno 17,84 hanno peso:

  $$\underline{\hspace{1em}} \leq x \leq \underline{\hspace{1em}} \vee \underline{\hspace{1em}} \leq x \leq \underline{\hspace{1em}}.$$

3 Spettacolo di milioni di stelle brillanti

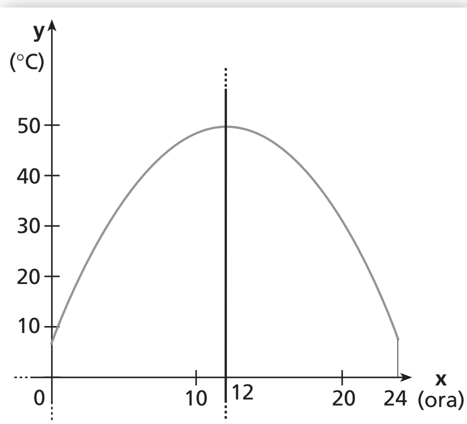
Camilla, per la sua laurea, ha avuto in regalo un buono per il pacchetto viaggio «Spettacolo di milioni di stelle brillanti».
Il viaggio, proposto da un'agenzia specializzata e da un gruppo di esperti conoscitori del deserto del Sahara, si svolgerà nel periodo dal 27 luglio al 10 agosto. Nel programma è prevista una settimana a cavallo di un dromedario per raggiungere i piccoli villaggi, oltre ai bivacchi permanenti allestiti per i turisti. Ovviamente, essendo un viaggio impegnativo, inizia a porsi il problema della temperatura…
Durante la giornata, nel periodo considerato e nel tragitto proposto, la temperatura varia secondo la formula:

$$t(x) = -0,3004 \cdot x^2 + 7,212 \cdot x + 6,73, \quad 0 \le x \le 24,$$

dove il tempo x è misurato in ore e la temperatura $t(x)$ in gradi centigradi.

- Quando la temperatura è massima?
- Quando è minima?
- Qual è la massima temperatura raggiunta?
- Qual è l'escursione termica prevista?

La formula data è l'equazione di una parabola con coefficiente a ____ e quindi con concavità rivolta verso ____.



◄ Figura 2

Per $x = 0$, $t(0) = 6,73$; per $x = 24$, $t(24) \simeq$ ____. Vista l'approssimazione insita in questo tipo di modelli, possiamo considerare uguali le temperature: $t(0) = t(24) \simeq 6,7$ °C.

- La temperatura massima si ha in corrispondenza dell' ____:

  $$x_V = -\frac{b}{\_\_\_\_} = -\_\_\_\_ \simeq 12$$

  a cui corrisponde $y_V \simeq$ ____, ovvero alle ore 12 la temperatura raggiunge i ____ °C.

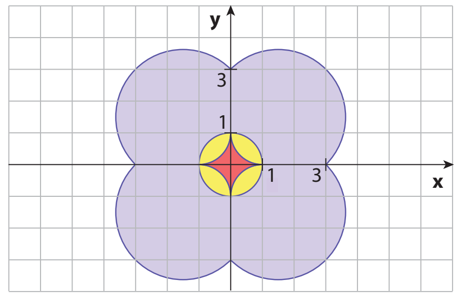
- Per l'approssimazione considerata, la temperatura ____ si ha in corrispondenza di $x = 0$ o di $x = 24$: a ____ ____ si raggiungono ____ °C.
- L'escursione termica è la ____ fra la temperatura ____ e minima in un dato intervallo di tempo e in un determinato luogo; nel nostro caso si ha:

  ____ °C.

4 **Il fiore**

Laura vuole preparare dei bigliettini al computer con un disegno stilizzato di un fiore. Ha a disposizione solo un programma di grafica vettoriale molto semplice, e quindi deve dare al computer le equazioni corrette degli archi di curva che compongono il disegno.

▶ Quali sono queste equazioni?



▶ Per trovare l'equazione della ____ più esterna che forma il petalo del 1° quadrante, consideriamo che la curva passa per ____ e per i punti ____ e (0; 3), perciò il centro si trova in (1,5; 1,5).
L'equazione è:

$$x^2 + \underline{\quad} - \underline{\quad} - 3y = 0.$$

Gli altri archi sono simmetrici del primo rispetto agli assi x e y.
L'equazione complessiva è dunque:

$$x^2 + y^2 - \underline{\quad} - \underline{\quad} = 0.$$

La circonferenza intermedia ha equazione $x^2 + y^2 = 1$.
Il piccolo petalo nel primo quadrante è un arco della circonferenza $(x-1)^2 + \underline{\quad} = 1$; per rappresentare i quattro piccoli petali bisogna esplicitare la y, limitare i valori di x e inserire i valori ____.
Si ottiene:

$$\underline{\quad} = 1 - \sqrt{2|x| - x^2} \quad \text{con } |x| \underline{\quad} 1.$$