REALTÀ E MODELLI SCHEDA DI LAVORO

1 Il pieno di benzina

A fronte di un continuo aumento dei prezzi e di guadagni che restano invariati, è opportuno procedere a una riduzione dei propri consumi, mantenendo costante il valore delle spese totali.
Consideriamo il costo della benzina. Numerosi automobilisti, quando non effettuano il pieno del serbatoio, sono abituati a comprare benzina indicando l'importo che intendono spendere e non il numero di litri. In questo modo, a causa dell'aumento dei prezzi, il numero dei litri acquistati diminuisce e occorreranno più rifornimenti, ma l'effetto psicologico di non aumentare le spese è salvo.
Consideriamo l'acquisto di € 50 di benzina verde effettuato una prima volta al prezzo di € 1,485 al litro e successivamente al prezzo di € 1,515 al litro.

- ▶ Determina le percentuali di variazione dei prezzi e delle quantità.
- ▶ Calcola l'elasticità della domanda di benzina dal primo al secondo prezzo.
- ▶ Determina la funzione della domanda.
- ▶ Calcola l'elasticità puntuale della domanda.

▶ Calcoliamo le percentuali di variazione del prezzo e delle quantità di benzina aquistata:

$$\frac{\Delta p}{p_1} = \frac{\square}{\square} = \square;$$

$$q_1 = \frac{\square}{\square} = \square \text{ L}; \qquad q_2 = \frac{\square}{\square} = \square \text{ L}; \qquad \frac{\Delta q}{q_1} = \frac{\square}{\square} = \square.$$

▶ L'elasticità della domanda di benzina dal primo al secondo prezzo è data da:

$$|\varepsilon_q| = \left|\frac{\square}{\square}\right| = \square.$$

▶ La funzione della domanda è:

$$d(q) = \frac{\square}{\square}.$$

▶ L'elasticità puntuale della domanda risulta:

$$|\varepsilon_q| = \left|\frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square}\right| = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \square.$$

2 Un tipo di confettura

Un negoziante di liquori e dolciumi acquista annualmente 500 vasetti di un tipo di confettura particolare la cui produzione all'origine è limitata: si tratta, infatti, di un prodotto tipico locale ma distribuito su tutto il territorio nazionale.
Ogni barattolo costa complessivamente al negoziante € 5 e nel determinare il prezzo di vendita egli considera anche una quota del 2% di tutte le spese costanti, di € 12 000, che deve sostenere. Si ritiene corretto considerare come costo anche un «normale» guadagno del 10%.
Il negoziante conosce solo parzialmente la funzione della domanda, e in base alla sua «esperienza» fissa il prezzo a € 9,50 il vasetto, anche se sa che in seguito potrebbe diminuirlo, se necessario, per vendere tutti i vasetti acquistati.

- ▶ Determina il prezzo inferiore minimo al quale offrire un vasetto.
- ▶ Individua le funzioni del costo, del ricavo e del guadagno del negoziante.
- ▶ Determina il prezzo minimo a cui potrà temporaneamente scendere e al di sotto del quale non sarà più possibile continuare a offrire il prodotto al consumatore.
- ▶ Prova a ipotizzare le funzioni dell'offerta e della domanda lineari che potrebbero spiegare il comportamento del negoziante.

▶ Calcoliamo il costo fisso medio di un vasetto e quindi il prezzo minimo:

$$\textit{costo fisso medio} = \frac{0,02 \cdot 12\,000}{500} = \frac{240}{500} = 0,48; \ \textit{prezzo minimo}: 5 \cdot 1,1 + 0,48 \cdot 0,10 = 5,548.$$

▶ Le funzioni del costo, del ricavo e del guadagno sono, rispettivamente:

$C(q) =$ ____ $+$ ____ q, in quanto si ritiene che il guadagno «normale» del 10% sia elemento del costo totale;

$R(q) =$ ____ q;

$U(q) =$ ____ $q -$ ____, con un guadagno sperato pari a $U(500) =$ ____.

▶ Rinunciando al guadagno del 10% ritenuto normale, il prezzo sarebbe ____ $+$ ____ $=$ ____; si potrebbe ulteriormente giungere al livello del costo fisso medio 0,48, restando in perdita, ma recuperando almeno i costi fissi.

▶ La domanda è evidentemente aperta.
Per l'offerta si può ipotizzare una retta che nel sistema Opq passi per il punto (0,48; 0) e (9,5; 500) e quindi:

$h(p) =$ ____ $p -$ ____.

Per la domanda possiamo pensare a una funzione lineare passante senz'altro per il punto (9,5; 500); per l'altro punto possiamo ipotizzare una vendita di 1000 vasetti a un prezzo tale che permetta di conseguire lo stesso utile che si ottiene con 500 vasetti, cioè 1736.
Risolviamo l'equazione:

____ $= (p -$ ____ $) \cdot$ ____ $-$ ____ $\to p =$ ____.

Quindi l'altro punto potrebbe essere (7,524; 1000). Otteniamo la funzione della domanda:

$d(p) = -$ ____ $p +$ ____.

3 Il passito di Sicilia

Un'enoteca, che nel mercato gode di una posizione di monopolio per la vendita di un vino passito proveniente dalla Sicilia, sostiene per l'acquisto un costo totale espresso dalla seguente funzione, in cui x indica il numero di bottiglie acquistate:

$C(x) = 0{,}05x^2 + 8x + 500$.

La curva della domanda per il prodotto è data dalla funzione $d(p) = 640 - 20p$.

La ditta che provvede al prelievo e alla consegna comunica che il costo di trasporto per ogni bottiglia è aumentato di € 1, per l'aumento del premio di assicurazione e del costo del gasolio.

- ▶ Determina il prezzo praticato dall'enoteca per ottenere il massimo guadagno prima dell'aumento del costo per il trasporto, la quantità venduta e l'utile.
- ▶ Determina il nuovo prezzo e la relativa quantità.
- ▶ Calcola la parte di costo che rimane a carico dell'enoteca e quella che va a carico dei consumatori.
- ▶ Verifica che vi è un legame fra l'elasticità della domanda e il minore ricavo che viene conseguito.

▶ Dalla funzione del costo totale $C(x) = 0{,}05x^2 + 8x + 500$ otteniamo il costo marginale $C'(x) = \square x + \square$.
Dalla funzione di domanda $d(p) = x = 640 - 20p$ ricaviamo la funzione di vendita $p = \square - \square x$.
La funzione del ricavo è $R(x) = -0{,}05x^2 + 32x$ da cui otteniamo il ricavo marginale $R'(x) = -\square x + \square$.
Dall'equazione $C'(x) = R'(x)$ ricaviamo la quantità venduta e quindi il prezzo:

$$\square x + \square = -\square x + \square \rightarrow x = \square;\ p = \square.$$

Per calcolare l'utile impostiamo la seguente funzione:

$$U(x) = R(x) - C(x) = -0{,}05\,x^2 + 32x - 0{,}05x^2 - 8x - 500 = \square x^2 + \square x - \square \rightarrow U(120) = \square.$$

In altro modo si poteva calcolare:

$$R(120) = \square,\ C(120) = \square,\ U(120) = \square - \square = \square.$$

▶ La funzione dei costi diventa $C(x) = \square x^2 + \square x + \square$, per cui $C'(x) = \square x + \square$.
Dalla nuova equazione $C'(x) = R'(x)$ otteniamo:

$$\square x + \square = -\square x + \square \rightarrow x = \square;\ p = \square.$$

Pertanto:

$$R(115) = \square,\ C(115) = \square.$$

▶ L'aumento di € 1 risulta ripartito per $\square$ a carico dei consumatori in seguito all'aumento del prezzo e per $\square$ a carico dell'enoteca.

▶ Nella situazione precedente i dati erano: $x = 120$ e $p = 26$.
Nella nuova situazione sono: $x_1 = \square$ e $p_1 = \square$.
L'enoteca perde quindi $-\square \cdot \square$ e recupera $+\square \cdot \square = +\square \cdot \square$, per una differenza totale:

$$\Delta R = \square \cdot \square + \square \cdot \square = -\square \cdot \square + \square \cdot \square = -\square.$$

Dividiamo per $\Delta x = \square$ e raccogliamo $p = 26$:

$$\frac{\Delta R}{\Delta x} = \square \cdot \left(\square + \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} \right) = \square \cdot \left(\square + \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} \right).$$

Applichiamo un artificio:

$$\frac{\Delta R}{\Delta x} = p \cdot \left(-1 + \frac{\Delta p}{\Delta x} \cdot \frac{x}{p} \cdot \frac{x_1}{x} \right) = \square \cdot \left(\square + \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} \right);$$

il termine $\frac{\Delta p}{\Delta x} \cdot \frac{x}{p} = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square}$ è l'inverso dell'elasticità della domanda.

Pertanto, maggiore è l'elasticità della domanda e $\square$ sarà la diminuzione del ricavo.
Il fatto è anche intuibile: nel caso limite di domanda perfettamente elastica, i consumatori non accetteranno mai un aumento di prezzo.