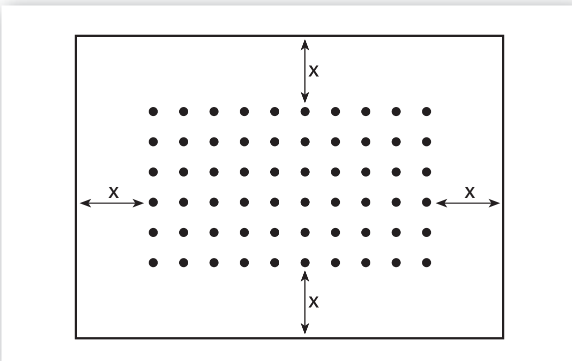
REALTÀ E MODELLI SCHEDA DI LAVORO

1 Il vivaio

In un vivaio si piantano 60 alberelli in file parallele di 10 piante ciascuna; ogni albero dista 2 m da quelli a fianco. Intorno alla zona rettangolare formata dagli alberi è prevista una striscia di prato con la stessa larghezza su ciascuno dei quattro lati e con un'area complessiva pari al rettangolo occupato dagli alberi.

▶ Trova la larghezza della striscia di prato.

▶ Schematizziamo la situazione con la seguente figura.



◀ Figura 1

Il rettangolo occupato dagli alberi ha area pari a:

$(\underline{\quad} \cdot 2)(\underline{\quad} \cdot 2)\ \text{m}^2 = 180\ \text{m}^2.$

L'area della striscia di prato che circonda gli alberi è data da:

$\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$.

Quindi l'equazione è:

$$4x^2 + 56x = 180 \ \rightarrow \ x^2 + 14x - 45 = 0 \ \rightarrow \ x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{\underline{\qquad}}}{1} = -7 \pm \sqrt{94} \ \rightarrow$$

$$\rightarrow \ x \simeq -16{,}7 \ \vee \ x \simeq 2{,}7.$$

Accettiamo solamente ______, perché x rappresenta una misura e quindi deve essere positivo.
La striscia di prato deve essere perciò larga ______.

2 Il tiro con l'arco

Una freccia è scagliata verticalmente verso l'alto con una velocità iniziale di 75 m/s da un'altezza di 1,10 m. L'altezza (in metri) raggiunta dalla freccia in funzione del tempo t (in secondi) è data dalla funzione:

$s(t) = -\,4{,}9t^2 + 75t + 1{,}1.$

▶ Dopo quanti secondi la freccia tocca terra?

▶ La freccia tocca terra quando:

$$s(t) = 0 \ \rightarrow \ -49t^2 + 750t + 11 = 0 \ \rightarrow \ t = \frac{-\underline{\quad} \pm \sqrt{\underline{\qquad\qquad}}}{-49} \ \rightarrow \ t_1 \simeq -0{,}015 \ \vee \ t_2 \simeq 15{,}32.$$

La soluzione ______ non è accettabile, perché la freccia è lanciata al tempo $t = 0$ da 1,10 metri di altezza e verso l'alto, quindi il tempo che impiega a ricadere a terra deve essere ______. Rimane la soluzione ______: ______ secondi.

3 **La barca**

Una barca si muove in acqua ferma alla velocità $v_b = 12$ km/h. La stessa barca percorre lungo un fiume 42 km verso monte e 42 km verso valle in un tempo totale di 10 ore.

▶ Qual è la velocità v_c della corrente del fiume (che supponiamo costante)?

▶ Utilizziamo la relazione $s = vt$, ovvero *spazio* = ______ × ______ (perché la barca si muove con velocità costante v_b in una corrente di velocità costante v_c); la relazione inversa è ______ (lo spazio è misurato in kilometri, la velocità in km/h e il tempo in ore).

Nel percorso di 42 km ______, è:

$$t_{\_\_\_} = \frac{42}{v_b - v_c} = \frac{42}{12 - v_c},$$

perché la velocità della corrente va sottratta a quella della barca.

Nel percorso di 42 km ______, è:

$$t_{\_\_\_} = \frac{42}{v_b + v_c} = \frac{42}{12 + v_c},$$

perché la velocità della corrente va sommata a quella della barca.

La somma dei tempi è pari a 10 ore:

$$t_{\text{monte}} + t_{\text{valle}} = \frac{42}{12 - v_c} + \frac{42}{12 + v_c} = 10.$$

Risolviamo l'equazione:

$$42 \cdot \_\_\_\_\_\_ + 42 \cdot \_\_\_\_\_\_ = 10 \cdot (12 + v_c) \cdot (12 - v_c) \rightarrow$$

$$\rightarrow 504 + 42v_c + 504 - 42v_c = 10 \cdot (144 - v_c^2) \rightarrow 1008 = 1440 - 10v_c^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v_c^2 = \_\_\_\_\_\_ \rightarrow v_c \simeq 6{,}57 \text{ km/h}.$$

(Abbiamo ovviamente escluso la soluzione negativa.)

La velocità della corrente è di circa 6,57 km/h.

4 **Il fuoristrada**

La massa media delle automobili fuoristrada, al variare degli anni di produzione, può essere descritta mediante l'equazione $M = 1{,}5t^2 - 25t + 2500$, dove M è la massa espressa in kg, t è il tempo espresso in anni e $t = 10$ corrisponde all'anno 1985.

▶ In quale anno la massa media di un veicolo fuoristrada è stata di 2596 kg?

▶ Secondo questo modello, in quale anno (approssimativamente) la massa media di un fuoristrada potrà raggiungere i 3500 kg?

▶ L'equazione da risolvere è:

$$\_\_\_\_\_\_ = 1{,}5t^2 - 25t + 2500 \rightarrow 1{,}5t^2 - 25t - 96 = 0 \rightarrow t = \frac{\_\_\_ \pm \sqrt{\_\_\_\_\_\_}}{\_\_\_\_\_\_} \rightarrow$$

$$\rightarrow t \simeq \_\_\_\_\_\_ \vee t \simeq \_\_\_\_\_\_.$$

La soluzione negativa ______.

La soluzione $t \simeq$ ______ indica che i fuoristrada hanno avuto peso medio di 2596 kg dopo circa 20 anni dall'istante iniziale, quindi nell'anno 1985 + 20 = 2005.

▶ Analogamente a prima:

$$\square = 1{,}5t^2 - 25t + 2500 \;\rightarrow\; 1{,}5t^2 - 25t - 1000 = 0 \;\rightarrow\; t = \frac{\square \pm \sqrt{\square}}{\square} \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; t \simeq \square \;\vee\; t \simeq \square .$$

Solo la soluzione positiva è $\square$.
Quindi i fuoristrada peseranno mediamente 3500 kg nell'anno $1985 + 35 = 2020$.

5 **Le viti**

Due macchine automatiche producono viti. La macchina A, più vecchia, per produrre una vite impiega un minuto in più della macchina B. Lavorando contemporaneamente producono 600 viti in due ore e mezza.

▶ Quanto tempo impiegherebbe da sola ogni macchina per avere la stessa produzione?

▶ Chiamiamo x il numero di minuti impiegato dalla macchina B per produrre una vite; di conseguenza $\square$ è il tempo impiegato dalla macchina A.
Il tempo impiegato dalle due macchine per produrre le 600 viti è pari a $2 \cdot 60 + 30 = 150$ minuti.

Nel tempo considerato, la macchina B produce $\dfrac{150}{\square}$ viti e la macchina A ne produce $\dfrac{150}{\square}$.

Impostiamo l'equazione:

$$600 = \frac{150}{\square} + \frac{150}{\square} \;\rightarrow\; \frac{600x(x+1)}{\square} = \frac{150(x+1) + 150x}{\square}.$$

Possiamo eliminare il denominatore ($x = \square$ e $x = \square$ non possono essere soluzioni del problema):

$$600x(x+1) = 150(x+1) + 150x \;\rightarrow\; \square x^2 + \square x - \square = 0 \;\rightarrow\; \square x^2 + \square x - 1 = 0 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; x = \frac{-1 \pm \sqrt{\square}}{4} \;\rightarrow\; x \simeq -0{,}81 \;\vee\; x \simeq 0{,}31.$$

Considerando ovviamente solo la soluzione $\square$, si ottiene che la macchina B impiega circa $\square$ minuti (pari a circa $\square \cdot 60 = \square$ secondi) per produrre una vite; la macchina A impiega quindi circa $\square$ e $\square$ secondi.
Per produrre 600 viti la macchina B avrebbe impiegato:

$$600 \cdot \square = \square \text{ secondi} = 3 \text{ ore e } 6 \text{ minuti.}$$

La macchina A avrebbe impiegato:

$$600 \cdot \square = \square \text{ secondi} = 13 \text{ ore e } 6 \text{ minuti.}$$