

REALTÀ E MODELLI

SCHEDA DI LAVORO

1 Il pH

La concentrazione molare di ioni H^+ presenti in una soluzione (indicata con $[H^+]$) varia da 1 ($=10^0$) per una soluzione di massima acidità a 10^{-14} per una soluzione di minima acidità, ovvero di massima basicità (la soluzione neutra, l'acqua pura, ha $[H^+] = 10^{-7}$).

In questa sequenza di potenze l'elemento significativo è l'esponente del 10; si definisce pertanto il pH di una soluzione come $pH = -\log [H^+]$.

- ▶ Dato il pH delle seguenti soluzioni, distingui quali sono acide, neutre o basiche: acqua di mare da 7,7 a 8,3; latte 6,5; saliva da 6,5 a 7,4; sapone da 9 a 10; succo di mela 3,5; acido cloridrico 0,3.
- ▶ Dato il pH di una soluzione, quanto vale la concentrazione di ioni H^+ ?
- ▶ Un aumento del pH corrisponde a un aumento oppure a una diminuzione della concentrazione $[H^+]$?
- ▶ La soluzione X ha il pH doppio della soluzione Y; cosa puoi dire della concentrazione di ioni H^+ presenti nelle due soluzioni?

- ▶ Dato che il valore di concentrazione neutra corrisponde a 10^{-7} ($pH = -\log 10^{-7} = 7$), si ha una soluzione acida quando $[H^+] < \square$ e basica quando $[H^+] \square$. Perciò se $pH \square$ la soluzione è acida, se $pH \square$ è basica. Quindi le sostanze indicate sono:

- acido cloridrico: fortemente \square ;
- \square : acido;
- latte: \square ;
- saliva: \square ;
- acqua di mare: \square ;
- sapone: basico.

- ▶ Dalla definizione di pH si ottiene:

$$pH = -\log [H^+] \rightarrow -pH = \square \rightarrow [H^+] = \square.$$

- ▶ Il logaritmo in base 10 è una funzione crescente, perciò al \square di $[H^+]$ il logaritmo \square , ma il pH \square , essendo l'opposto del logaritmo.
- ▶ Indichiamo con n il pH di Y e con $2n$ quello di X; ciò equivale a dire:
 - per la soluzione Y: $[H^+] = \square$;
 - per la soluzione X: $[H^+] = \square = (10^{-n})^2$;
 perciò la soluzione X ha una concentrazione di ioni H^+ uguale al \square di quella della soluzione Y.

2 Una popolazione batterica

La crescita dei batteri avviene per divisione cellulare, perciò in un dato intervallo di tempo (che dipende da vari fattori) raddoppia il numero dei batteri di una coltura e la legge di crescita è una funzione esponenziale in base 2. L'*Escherichia coli*, per esempio, ha un tempo di *generazione* (tempo necessario a una cellula per duplicarsi) di circa 20 minuti.

Considera una colonia di 1000 batteri *Escherichia coli*:

- ▶ calcola quanti batteri compongono la colonia dopo 4 generazioni;
- ▶ esprimi la legge di crescita in funzione del numero n di generazioni;
- ▶ determina in quanto tempo è avvenuta tale crescita;
- ▶ calcola la velocità media di crescita (variazione del numero di cellule per unità di tempo);
- ▶ da quanti batteri sarà costituita la colonia dopo 4 ore?

- ▶ Se inizialmente i batteri sono 1000:
 - dopo la prima generazione diventano $2000 = 2 \cdot 1000$,
 - alla seconda generazione $4000 = \square$,
 - alla terza generazione $\square = \square \cdot 1000$,
 - alla quarta generazione $\square = \square$.
- ▶ Sulla base del ragionamento precedente, se indichiamo con N il numero dei batteri della colonia alla n -esima generazione, si ha $N = \square$.
- ▶ Dato che il tempo di generazione è di 20 minuti, il processo è avvenuto in $\square = \square$ minuti, cioè 1 ora e \square minuti.
- ▶ La variazione del numero di batteri è stata di $\square = 15\,000$ in \square minuti, perciò la velocità media di crescita è di:

$$\frac{15\,000}{\square} = 3,125 \text{ batteri al } \square.$$

- ▶ Bisogna prima calcolare il numero di generazioni che ci sono in 4 ore:

$$n = \frac{\square}{20 \text{ minuti}} = \frac{\square}{20} = \square \text{ generazioni.}$$

Si ha così $N = \square = 4\,096\,000 \simeq 4 \square$ di batteri.

3 La legge di raffreddamento

Quando togliamo il latte dal frigorifero, normalmente la sua temperatura è di circa 4,5 °C. Un'ora dopo la sua temperatura è di circa 10 °C, mentre la temperatura ambiente è di 21 °C. L'andamento della temperatura in funzione del tempo t segue la legge di raffreddamento di Newton:

$$T(t) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt},$$

dove T_0 indica la temperatura iniziale, T_a quella ambiente e il tempo t è misurato in ore.

- ▶ Determina il valore della costante k e scrivi la formula risultante.
- ▶ Qual è la temperatura del latte dopo 2 ore?

- ▶ Sostituiamo i dati noti nella formula e ricaviamo k :

$$T(1) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-k} \rightarrow 10 = 21 + (4,5 - 21)e^{-k} \rightarrow e^{-k} = 0,6667 \rightarrow$$

$$\rightarrow k = \ln\left(\frac{1}{0,6667}\right) \rightarrow k \approx 0,4055.$$

La legge di raffreddamento (nel caso in esame) è quindi:

$$T(t) = 21 - 16,5e^{-0,4055t}.$$

- ▶ Dopo due ore il latte avrà raggiunto la temperatura:

$$T(2) = 21 - 16,5e^{-0,811} \approx 13,7 \text{ °C}.$$

4 L'altimetro a pressione

La pressione atmosferica, esercitata dal peso della colonna d'aria sovrastante il punto in cui viene effettuata la misura, diminuisce all'aumentare dell'altitudine. La posizione verticale di un aereo può essere così determinata mediante l'altimetro a pressione, che si basa proprio sulla variazione della pressione atmosferica in funzione dell'altitudine.

Al livello del mare la pressione atmosferica è di circa 14,7 psi (*pounds for square inch*, unità di misura anglosassone usata anche in campo aeronautico). L'andamento della pressione P in funzione dell'altitudine h è espresso dalla funzione $P = 14,7 \cdot 10^{-0,000018h}$ (P è misurata in psi; h in *feet*, «piedi», simbolo ft).

- ▶ Qual è l'altezza di volo di un comune aereo se l'altimetro a pressione registra 13,82 psi?
- ▶ Quale pressione registra l'altimetro se un aereo si trova a viaggiare a un'altitudine di 10 000 ft?

- ▶ Sostituiamo il valore noto nella legge di variazione della pressione e ricaviamo h :

$$13,82 \text{ psi} = 14,7 \cdot 10^{-0,000018h} \rightarrow 0,9401 = 10^{-0,000018h} \rightarrow$$

$$\rightarrow \log(0,9401) = -0,000018h \rightarrow h \approx 1490,3 \text{ ft}.$$

- ▶ Applichiamo ancora la legge di variazione della pressione:

$$P = 14,7 \cdot 10^{-0,000018 \cdot 10000} \approx 9,71 \text{ psi}.$$