REALTÀ E MODELLI SCHEDA DI LAVORO

1 Il pH

La concentrazione molare di ioni H^+ presenti in una soluzione (indicata con $[H^+]$) varia da 1 $(=10^0)$ per una soluzione di massima acidità a 10^{-14} per una soluzione di minima acidità, ovvero di massima basicità (la soluzione neutra, l'acqua pura, ha $[H^+] = 10^{-7}$).
In questa sequenza di potenze l'elemento significativo è l'esponente del 10; si definisce pertanto il pH di una soluzione come $\mathrm{pH} = -\log\,[H^+]$.

- ▶ Dato il pH delle seguenti soluzioni, distingui quali sono acide, neutre o basiche: acqua di mare da 7,7 a 8,3; latte 6,5; saliva da 6,5 a 7,4; sapone da 9 a 10; succo di mela 3,5; acido cloridrico 0,3.
- ▶ Dato il pH di una soluzione, quanto vale la concentrazione di ioni H^+?
- ▶ Un aumento del pH corrisponde a un aumento oppure a una diminuzione della concentrazione $[H^+]$?
- ▶ La soluzione X ha il pH doppio della soluzione Y; cosa puoi dire della concentrazione di ioni H^+ presenti nelle due soluzioni?

▶ Dato che il valore di concentrazione neutra corrisponde a 10^{-7} $(\mathrm{pH} = -\log 10^{-7} = 7)$, si ha una soluzione acida quando $[H^+] <$ ____ e basica quando $[H^+]$ ____. Perciò se pH ____ la soluzione è acida, se pH ____ è basica.
Quindi le sostanze indicate sono:

– acido cloridrico: fortemente ____;
– ____: acido;
– latte: ____;
– saliva: ____;
– acqua di mare: ____;
– sapone: basico.

▶ Dalla definizione di pH si ottiene:

$$\mathrm{pH} = -\log\,[H^+] \quad \rightarrow \quad -\mathrm{pH} = \text{____} \quad \rightarrow \quad [H^+] = \text{____}.$$

▶ Il logaritmo in base 10 è una funzione crescente, perciò al ____ di $[H^+]$ il logaritmo ____, ma il pH ____, essendo l'opposto del logaritmo.

▶ Indichiamo con n il pH di Y e con $2n$ quello di X; ciò equivale a dire:

– per la soluzione Y: $[H^+] =$ ____;
– per la soluzione X: $[H^+] =$ ____ $= (10^{-n})^2$;

perciò la soluzione X ha una concentrazione di ioni H^+ uguale al ____ di quella della soluzione Y.

2 Una popolazione batterica

La crescita dei batteri avviene per divisione cellulare, perciò in un dato intervallo di tempo (che dipende da vari fattori) raddoppia il numero dei batteri di una coltura e la legge di crescita è una funzione esponenziale in base 2. L'*Escherichia coli*, per esempio, ha un tempo di *generazione* (tempo necessario a una cellula per duplicarsi) di circa 20 minuti.
Considera una colonia di 1000 batteri *Escherichia coli*:

- calcola quanti batteri compongono la colonia dopo 4 generazioni;
- esprimi la legge di crescita in funzione del numero n di generazioni;
- determina in quanto tempo è avvenuta tale crescita;
- calcola la velocità media di crescita (variazione del numero di cellule per unità di tempo);
- da quanti batteri sarà costituita la colonia dopo 4 ore?

- Se inizialmente i batteri sono 1000:
  – dopo la prima generazione diventano $2000 = 2 \cdot 1000$,
  – alla seconda generazione $4000 = \quad$,
  – alla terza generazione $\quad = \quad \cdot 1000$,
  – alla quarta generazione $\quad = \quad$.
- Sulla base del ragionamento precedente, se indichiamo con N il numero dei batteri della colonia alla n-esima generazione, si ha $N = \quad$.
- Dato che il tempo di generazione è di 20 minuti, il processo è avvenuto in $\quad = \quad$ minuti, cioè 1 ora e minuti.
- La variazione del numero di batteri è stata di $\quad = 15\,000$ in minuti, perciò la velocità media di crescita e di:

$$\frac{15\,000}{\quad} = 3{,}125 \text{ batteri al } \quad .$$

- Bisogna prima calcolare il numero di generazioni che ci sono in 4 ore:

$$n = \frac{\quad}{20 \text{ minuti}} = \frac{\quad}{20} = \quad \text{generazioni}.$$

Si ha così $N = \quad = 4\,096\,000 \simeq 4$ di batteri.

3 Il decadimento radioattivo

La legge del decadimento radioattivo è espressa dalla funzione $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, dove N_0 è il numero dei nuclei radioattivi presenti all'istante $t = 0$, $N(t)$ è il numero di nuclei presenti all'istante t, λ è la costante di decadimento caratteristica dell'elemento, t rappresenta il tempo (espresso in giorni).
Supponiamo che $4{,}75 \cdot 10^7$ atomi di radon si trovino nelle fondamenta di una casa; queste vengono sigillate per impedire che entri altro radon. Sapendo che la costante di decadimento del radon è $\lambda = 0{,}181$ giorni^{-1}:

- trova quanti atomi di radon rimangono nelle fondamenta dopo una settimana e dopo due settimane;
- calcola il tempo di dimezzamento del numero dei nuclei del radon.
- Se il radon iniziale fosse una quantità N_0 incognita, un mese di tempo sarebbe sufficiente perché scompaia?

- La legge del decadimento in questo caso diventa:

$$N(t) = \qquad e^{-0{,}181 \cdot t}.$$

Quindi dopo una settimana (7 giorni) e due settimane (14 giorni) nelle fondamenta rimangono:

$N(7) = 4{,}75 \cdot 10^7\, e^{\qquad} = \qquad$ dopo una settimana,
$N(14) = 4{,}75 \cdot 10^7\, e^{\qquad} = 0{,}377 \cdot 10^7 = \qquad$ dopo due settimane.

- Per tempo di dimezzamento si intende il tempo necessario per ottenere ___ degli atomi inizialmente presenti; si ottiene ricavando t dall'equazione del decadimento imponendo $N(t) = \qquad$:

$$\frac{N_0}{2} = N_0\, e^{-0,181t} \quad \rightarrow \quad e^{-0,181t} = \qquad \rightarrow \quad -0,181 \cdot t = \qquad \rightarrow \quad t = \qquad \simeq 3,83 \text{ giorni}.$$

- Dopo 30 giorni la quantità residua di radon è:

$$N(30) = N_0\, e^{\qquad} = N_0 \cdot 4{,}383 \cdot 10^{-3} = N_0 \cdot \qquad \simeq 0{,}4\%\, N_0.$$

Quindi, qualunque sia la quantità iniziale di radon, dopo un mese rimane (circa) lo 0,4% di tale quantità.

4 L'altimetro a pressione

La pressione atmosferica, esercitata dal peso della colonna d'aria sovrastante il punto in cui viene effettuata la misura, diminuisce all'aumentare dell'altitudine. La posizione verticale di un aereo può essere così determinata mediante l'altimetro a pressione, che si basa proprio sulla variazione della pressione atmosferica in funzione dell'altitudine.
Al livello del mare la pressione atmosferica è di circa 14,7 psi (*pounds for square inch*, unità di misura anglosassone usata anche in campo aeronautico). L'andamento della pressione P in funzione dell'altitudine h è espresso dalla funzione $P = 14{,}7 \cdot 10^{-0{,}000018h}$ (P è misurata in psi; h in *feet*, «piedi», simbolo ft).

- Qual è l'altezza di volo di un comune aereo se l'altimetro a pressione registra 13,82 psi?
- Quale pressione registra l'altimetro se un aereo si trova a viaggiare a un'altitudine di 10 000 ft?

- Sostituiamo il valore noto nella legge di variazione della pressione e ricaviamo h:

$13{,}82 \text{ psi} = 14{,}7 \cdot \qquad \rightarrow \quad 0{,}9401 = \qquad \rightarrow$
$\rightarrow \quad \log(0{,}9401) = \qquad \rightarrow \quad h \simeq 1490{,}3 \text{ ft}.$

- Applichiamo ancora la legge di variazione della pressione:

$$P = 14{,}7 \cdot \qquad \simeq 9{,}71 \text{ psi}.$$