REALTÀ E MODELLI SCHEDA DI LAVORO

1 Il guidatore migliore

Una compagnia di assicurazioni di Milano ha analizzato le cause di incidenti stradali in cui erano stati coinvolti i propri assicurati e ha rilevato che su 150 incidenti 72 erano da imputare al guidatore. Facendo poi riferimento all'American Automobile Association, secondo la quale negli USA la percentuale di incidenti dovuti al guidatore è del 54%, ha comunicato che i guidatori italiani sono migliori, in quanto la percentuale è inferiore al 50%.

- Perché possiamo dire subito che questa affermazione non è corretta?
- I dati della compagnia escludono che la percentuale degli incidenti sia inferiore a quella degli USA?
- Possiamo accettare l'affermazione che non vi sono differenze fra le capacità degli automobilisti italiani e quelle degli americani?

- I dati rilevati sono parziali e sono relativi a quella ______ compagnia di assicurazioni di ______, quindi non ______.
- Se calcoliamo un ______ sui dati della società, cioè su un campione, ad un livello del 99% otteniamo:

$$f = \underline{\quad} = 0{,}48, \quad s_F = \sqrt{\underline{\qquad}} = \underline{\quad},$$

$$]\underline{\qquad};\underline{\qquad}[=]0{,}374;0{,}586[.$$

L'intervallo di confidenza contiene il valore 0,54 che corrisponde alla percentuale americana del 54%, quindi ______ affermare che la percentuale di incidenti dovuti al guidatore in Italia sia inferiore a quella USA.

- È lo stesso quesito posto in modo diverso. Consideriamo l'ipotesi nulla H_0 e l'ipotesi alternativa H_1:

$$H_0 : \underline{\quad} = 0{,}48, \qquad \underline{\quad} : \underline{\quad} > 0{,}48.$$

Fissiamo questa volta il livello di fiducia al 95%. Si ha:

$$z = \frac{0{,}54 - \underline{\quad}}{\underline{\quad}} = 1{,}46;$$

essendo $z_{1-\alpha} = \underline{\quad} > \underline{\quad}$, per il test unilaterale a una coda a destra possiamo accettare l'ipotesi ______. ______ ______ significative differenze nelle capacità di guida fra italiani e americani.

2 Le piogge artificiali

Una rivista specializzata in agraria riporta che in un esperimento effettuato in Australia sono state considerate 52 nuvole, e di queste la metà, scelte casualmente, sono state inseminate con nitrato d'argento per verificare un eventuale aumento della quantità di pioggia.
La quantità media, rilevata con pluviometri, di pioggia caduta dalle nuvole inseminate è stata di 242 mm, mentre per quelle senza inseminazione è stata di 128 mm.

- L'incremento è immediatamente percepibile, ma per un'analisi dell'incremento della quantità di pioggia di quali altri dati dovremmo disporre?
- Quale condizione dovremmo porre per affermare che l'incremento è significativo al livello del 5%?

- Nel testo del problema viene fornita la media delle quantità di pioggia dalle nuvole, ma non le relative ______ ______.

▶ Possiamo rispondere al quesito formulando l'ipotesi che la deviazione standard sia la stessa sia per le nuvole con inseminazione che senza. Determiniamo quale valore debba assumere s affinché al livello di del l'inseminazione risulti significativa. Utilizziamo la variabile t in quanto non abbiamo notizie sul tipo di distribuzione:

$$t = \frac{\quad}{s \cdot \sqrt{\quad}} = \frac{114}{s \cdot \quad} = \frac{\quad}{s}.$$

La tavola di Student non riporta il valore per $\nu =$ gradi ma, consultando la tavola, possiamo approssimare $t_{1-\alpha} =$ e quindi per un livello di significatività del 5% deve essere:

$$t > \quad, \quad \frac{411}{s} > \quad \quad \text{da cui } s < \quad.$$

3 Il referendum abrogativo

Prima di un referendum abrogativo vengono intervistate 1800 persone aventi diritto al voto e 873 dichiarano che non andranno a votare.

- ▶ In base ai dati di questo campione, a un livello di confidenza del 99%, il quorum del 50% degli aventi diritto potrebbe essere raggiunto?
- ▶ Sempre in base ai dati del campione, a un livello di confidenza del 90%, possiamo affermare che l'ipotesi di raggiungere il quorum sia realistica?
- ▶ Qual è il numero minimo di persone che dovrebbe dichiarare di andare a votare affinché il campione, a un livello di confidenza del 95%, possa indicare il sicuro raggiungimento del quorum?

▶ I parametri per il campione in esame sono:

$$f = \frac{\quad}{1800} = \quad, \quad s_F = \sqrt{\quad} = 0{,}012.$$

Per un livello di confidenza del 99% è $\quad = 2{,}576$; si ottiene l'intervallo:

$$]0{,}485 - \quad; 0{,}485 \quad [=] \quad ; \quad [,$$

che indica un raggiungimento del quorum.

▶ Consideriamo l'ipotesi nulla $H_0 : \mu =$. Calcoliamo:

$$z = \frac{\quad}{\sqrt{\frac{0{,}501 \cdot (\quad)}{\quad}}} = -1{,}36;$$

essendo z minore di $\quad = -1{,}28$, a livello del 90% non accettiamo , quindi il quorum raggiunto.

▶ La percentuale 50,1% è il di un intervallo di confidenza]0,501; …[. A livello di fiducia del 95%, con $z_{1-\frac{\alpha}{2}} =$, dobbiamo risolvere la disequazione:

$$f - 1{,}96 \cdot \sqrt{\quad} > 0{,}501, \text{ con } f > \quad.$$

Risolvendo si ottiene $f > 0{,}52407$, e quindi gli intervistati che dovrebbero dichiarare l'intenzione di andare a votare dovrebbero essere almeno $\quad \simeq \quad$.

Più semplicemente, potremmo usare l'errore standard massimo:

$$f - \underline{\qquad\qquad} > 0,501,$$

ottenendo $f > 0,5241$. Anche in questo caso il numero minimo di persone che deve rispondere che andrà a votare è ____ $\simeq 944$.

4 Un componente del motore

La durata di un componente di un motore, fondamentale per il suo funzionamento, è distribuita normalmente e sulla base di prove effettuate su 15 esemplari si è ottenuto che un intervallo di confidenza al 95% della durata media, espresso in ore, è]5000; 7000[.

- Possiamo accettare l'ipotesi che il componente funzioni per 8000 ore a un livello di confidenza del 99%?
- Fino a quante ore possiamo ipotizzare un funzionamento senza guasti a un livello di confidenza del 99%?

- Dobbiamo innanzitutto calcolare il valore della deviazione standard (corretta) del campione a livello di confidenza del ____. Dalla relazione:

$$P\left(\bar{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \underline{\qquad} < \underline{\quad} < \bar{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \underline{\qquad}\right) = \underline{\qquad} \quad \to \quad P(5000 < \mu < \underline{\qquad}) = \underline{\qquad},$$

poiché per un livello di confidenza del 95% e ____ gradi di libertà (piccoli campioni) è ____ $= 2,145$, deve essere:

$$\underline{\qquad\qquad} = 1000 \quad \to \quad s = \frac{1000 \cdot \underline{\quad}}{\underline{\quad}} = 1744.$$

Consideriamo ora l'ipotesi nulla $H_0 : \mu =$ ____ e l'ipotesi alternativa $H_1 : \mu$ ____. Risulta:

$$t = \frac{\underline{\qquad\qquad}}{\frac{1744}{\sqrt{14}}} = \underline{\quad} > t_{1-\alpha} = \underline{\quad},$$

dove $t_{1-\alpha}$ è stato determinato mediante la tavola di ____ per un test a una coda, ____ gradi di libertà e livello di confidenza ____. Pertanto ____ accettare l'ipotesi nulla, cioè ____ affermare che il motore funzioni per 8000 ore.

- Se x è il numero di ore di funzionamento senza guasti che possiamo ipotizzare a livello di confidenza del 99%, allora deve essere (test ____ coda a ____):

$$t = \frac{\underline{\qquad\qquad}}{\frac{1744}{\sqrt{14}}} < \underline{\quad} \quad \to \quad x < \underline{\qquad\qquad} \quad \to \quad x < 7223.$$