REALTÀ E MODELLI SCHEDA DI LAVORO

1 I Babbi Natale

In vicinanza del Natale, Andrea, Luca, Matteo e Stefano decidono di vestirsi da Babbo Natale e di consegnare doni ai 28 bambini di un asilo nido. I regali sono tutti confezionati e quindi non è possibile scegliere tra giochi per bambina o bambino; si sa solo, però, quanti di questi sono contenuti nella sacca di ognuno (i dati sono riportati in tabella).

	Andrea	Luca	Matteo	Stefano
Giochi bimbo	12	10	13	8
Giochi bimba	16	18	15	20

Calcola:

- la probabilità che, scelti a caso due doni dalla sacca di Andrea, questi siano: **1.** entrambi per bambino; **2.** entrambi per bambina; **3.** misti;
- la probabilità che, scelta a caso una sacca e in essa due doni, questi siano uno per bimbo e uno per bimba;
- la probabilità che, scelto a caso un dono e verificato che sia per bimbo, esso appartenga alla sacca di Stefano.

- Bisogna utilizzare il teorema della probabilità ______. La probabilità che il primo dono estratto dalla sacca di Andrea sia per bimbo è ______ mentre la probabilità che anche il secondo lo sia è ______. La probabilità dell'evento E_1 = «vengono estratti due doni per bimbo» è quindi:

$$p(E_1) = \qquad = \qquad .$$

Analogamente la probabilità dell'evento E_2 = «vengono estratti due doni per bimba» è:

$$p(E_2) = \qquad = \qquad .$$

L'evento E_3 = «viene estratto un dono per bimbo e un dono per bimba», ovvero che i doni siano misti, si verifica se si estrae prima un dono per bimbo e poi uno per bimba o viceversa, quindi:

$$p(E_3) = \qquad = \qquad .$$

- La probabilità che i doni siano misti è la somma di 4 eventi a due a due incompatibili.
Probabilità di estrarre doni misti dalla sacca di Andrea:

$$p(\text{Misti} \mid \text{Andrea}) = \qquad = \frac{32}{63}.$$

Probabilità di estrarre doni misti dalla sacca di Luca:

$$p(\text{Misti} \mid \text{Luca}) = \qquad = \frac{10}{21}.$$

Probabilità di estrarre doni misti dalla sacca di Matteo:

$$p(\text{Misti} \mid \text{Matteo}) = \qquad = \frac{65}{126}.$$

Probabilità di estrarre doni misti dalla sacca di Stefano:

$$p(\text{Misti} \mid \text{Stefano}) = \qquad = \frac{80}{189}.$$

Copyright © 2012 Zanichelli editore S.p.A., Bologna
Questo file è una estensione online dei corsi di matematica di Massimo Bergamini, Anna Trifone e Graziella Barozzi

La probabilità che, scelta una sacca a caso, i doni siano misti è quindi:

$$p = \qquad\qquad = \frac{727}{1512} \simeq 0,48.$$

▶ In questo caso basta applicare la formula di Bayes:

$$p = \frac{p(\text{Stefano}) \cdot p(\text{Bimbo} \mid \text{Stefano})}{p(\text{Andrea}) \cdot p(\text{Bimbo} \mid \text{Andrea}) + p(\text{Luca}) \cdot p(\text{Bimbo} \mid \text{Luca}) + p(\text{Matteo}) \cdot p(\text{Bimbo} \mid \text{Matteo}) + p(\text{Stefano}) \cdot p(\text{Bimbo} \mid \text{Stefano})}$$

$$= \qquad\qquad = \frac{8}{43}.$$

2 Università o lavoro?

Rossella deve decidere se iscriversi all'università o se cominciare a lavorare. Sa che tra i giovani che lavorano il 30% è laureato, mentre tra i disoccupati è il 20% a essere laureato. Secondo le statistiche nazionali, inoltre, la probabilità che un giovane trovi lavoro entro un breve periodo è pari all'80%.

▶ Quale scelta conviene a Rossella su basi puramente statistiche?

▶ Indichiamo con Lavoro e Laurea i seguenti eventi:

Lavoro = «essere un giovane lavoratore»; Laurea = «essere un giovane laureato».

Bisogna calcolare quale delle probabilità tra:

$p(\text{Lavoro} \mid \text{Laurea})$ (probabilità di avere un lavoro se si è laureati) e
$p(\text{Lavoro} \mid \text{Non laurea})$ (probabilità di avere un lavoro se non si è laureati)

è maggiore.

Utilizzando il teorema della probabilità ottiene:

$$p(\text{Lavoro} \mid \text{Laurea}) =$$

$$p(\text{Lavoro} \mid \text{Non laurea}) =$$

Per calcolare la probabilità di essere laureati e avere un lavoro utilizziamo il teorema della probabilità :

$$p(\text{Laurea} \cap \text{Lavoro}) = \qquad = \qquad = 0,24.$$

La probabilità invece che un giovane sia laureato e non lavori è:

$$p(\text{Laurea} \cap \text{Non lavoro}) = \qquad = \qquad = 0,04.$$

Quindi:

$$p(\text{Laurea}) = \qquad = \qquad = 0,28$$

e per l'evento contrario:

$$p(\text{Non laurea}) = \qquad = \qquad = 0,72.$$

Dalla probabilità composta segue anche che:

$$p(\text{Lavoro} \cap \text{Non laurea}) = \qquad = \qquad = 0,56.$$

Sostituendo si ottiene che:

$$p(\text{Lavoro} \mid \text{Laurea}) = \qquad = \qquad \simeq 0,857,$$

$$p(\text{Lavoro} \mid \text{Non laurea}) = \qquad = \qquad \simeq 0,778.$$

A Rossella conviene perciò iscriversi all'università: ottenuta la laurea, ha una maggiore possibilità di trovare lavoro.

Copyright © 2012 Zanichelli editore S.p.A., Bologna
Questo file è una estensione online dei corsi di matematica di Massimo Bergamini, Anna Trifone e Graziella Barozzi

3 Quale porta aprire?

In un gioco televisivo americano al concorrente vengono mostrate tre porte chiuse. Dietro a una c'è un'automobile, dietro alle altre una capra: il giocatore vincerà il contenuto della porta prescelta. Dopo che il giocatore ha fatto la sua scelta, il presentatore, che sa dove si trova l'automobile, apre una delle altre porte e mostra una capra; a questo punto chiede al concorrente se vuole cambiare la sua scelta.

- Se il concorrente decide di cambiare la scelta, migliora la probabilità di vincere l'automobile?

- Consideriamo i seguenti eventi:

  A = «l'auto si trova dietro la prima porta»,
  B = «l'auto si trova dietro la seconda porta»,
  C = «l'auto si trova dietro la terza porta».

I tre eventi sono ovviamente ______.
Supponiamo che il concorrente scelga la seconda porta; si ha:

$$p(B) = \_\_ ;\ P(A \cup C) = \_\_ \text{ dato che } A \text{ e } C \text{ sono } \_\_\_\_ .$$

A questo punto il presentatore apre la prima o la terza porta, purché dietro ci sia la capra. Supponiamo che apra la terza porta; a questo punto:

$$p(C) = 0 \text{ e } p(A \cup C) = \_\_\_\_ = p(A) = \_\_ .$$

Quindi rimane $p(B) =$ __ e $p(A) =$ __ e al giocatore conviene ______ la sua scelta.

La risposta intuitiva che è indifferente cambiare perché il concorrente sceglie tra due possibilità, quindi ha il ____ di probabilità di vittoria, è errata perché non tiene conto dell'informazione aggiuntiva «il presentatore conosce dove si trova l'automobile» che altera la situazione.

4 Il sondaggio

In previsione di un'elezione amministrativa comunale viene posta a un campione di 100 persone la seguente domanda: «È favorevole, contrario o senza opinione riguardo al cambiamento della linea politica nelle prossime elezioni?».
Le risposte sono raccolte nella tabella.

	Uomini	Donne	Totale
Favorevoli	22	29	51
Contrari	8	7	15
Non sa	20	14	34
Totale	50	50	100

- Calcola la probabilità che, scegliendo a caso una risposta, essa appartenga al gruppo dei contrari o a quello di coloro che non hanno espresso un'opinione.
- Calcola la probabilità che, scegliendo a caso una risposta, essa appartenga al gruppo di quelle date dagli uomini o a quello di chi è contrario al cambiamento.
- Calcola la probabilità che, dopo aver estratto una risposta «favorevole al cambiamento», essa sia stata data da una donna.

- Gli eventi A = «contrario al cambiamento» e B = «senza opinione» sono eventi ______, pertanto la probabilità dell'evento $A \cup B$ = «contrario al cambiamento o senza opinione» è uguale alla ____ delle probabilità degli eventi A e B:

$$p(A \cup B) = \_\_\_\_ = \_\_\_\_ = \_\_ = 49\%.$$

Copyright © 2012 Zanichelli editore S.p.A., Bologna
Questo file è una estensione online dei corsi di matematica di Massimo Bergamini, Anna Trifone e Graziella Barozzi

- Gli eventi C = «la risposta è data da un uomo» e A = «contrario al cambiamento» ______ e quindi:

$$p(A \cup C) = \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_ = 57\%.$$

- Consideriamo gli eventi:

  C = «la risposta è data da un uomo»,
  D = «la risposta è data da una donna»,
  E = «è favorevole al cambiamento».

  Gli eventi C e D sono ______ perché i due gruppi sono ______. L'evento E può manifestarsi insieme a C o insieme a D. Poiché $C \cup D$ = «insieme universo», la probabilità che l'evento D si manifesti a condizione che si sia manifestato l'evento E può essere determinata utilizzando il ______, cioè:

$$p(D \mid E) = \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_ \simeq 57\%.$$

Copyright © 2012 Zanichelli editore S.p.A., Bologna
Questo file è una estensione online dei corsi di matematica di Massimo Bergamini, Anna Trifone e Graziella Barozzi