REALTÀ E MODELLI SCHEDA DI LAVORO

1 La campagna pubblicitaria

Un'impresa produce attualmente, in ogni ciclo produttivo, 50 000 tubetti di una crema contro le screpolature delle mani. Per ogni ciclo produttivo sostiene una spesa fissa di € 150 000 e un costo per tubetto di € 3,50. È necessario aumentare il volume delle vendite, entro la produzione massima consentita di 140 000 unità, in quanto il prezzo attualmente stabilito di € 6 non permette all'industria di conseguire utili. Le possibilità sono o di ridurre il prezzo unitario o di avviare una campagna pubblicitaria.
Nel primo caso, indicando con d la diminuzione del prezzo di vendita, si può stimare il numero di tubetti vendibili con la funzione crescente $q = 50\,000 + 6{,}1 \cdot 10^4 \cdot d$.
Nel secondo caso, indicando con C il costo della campagna pubblicitaria per ogni ciclo produttivo, si può esprimere la conseguente quantità vendibile con la funzione $q = 50\,000 + 1{,}2 \cdot C$.

- ▶ Verifica che l'industria, nella situazione attuale, è in perdita.
- ▶ Determina quale diminuzione di prezzo deve essere decisa per annullare la perdita e quale diminuzione consentirebbe il massimo utile.
- ▶ Calcola quale spesa pubblicitaria, per ogni ciclo produttivo, deve essere stanziata per annullare la perdita e quale consentirebbe il massimo utile complessivo.

▶ Per ogni ciclo produttivo di 50 000 tubetti l'industria sostiene una spesa fissa di € ______ un costo aggiuntivo di € 3,50 per ogni tubetto prodotto, mentre ricava € 6 dalla vendita di ciascun tubetto. Il guadagno G dell'industria è quindi dato da:

$$G = 6 \cdot \underline{\qquad\quad} - 150000 - 3{,}5 \cdot 50000 = -25000$$

Essendo negativo, l'industria è in perdita.

▶ Applicando una riduzione d del prezzo di vendita, verranno venduti (e prodotti) $q = \underline{\qquad\quad} + 61\,000\,d$ tubetti al prezzo di $(6 - d)$ euro l'uno, per un guadagno:

$$G_1 = (6-d)q - 150000 - 3{,}5q \rightarrow$$
$$\rightarrow G_1 = (6-d)(50000 + 61\,000d) - 150000 - 3{,}5\,(50000 + 61\,000d) \rightarrow$$
$$\rightarrow G_1 = -61\,000d^2 + 102500d - 25000.$$

Il guadagno G_1 si annulla per $d = 0{,}296$ e per $d = 1{,}384$.
Si ottiene il massimo ______ con $d = 0{,}84$ (semisomma dei due valori che annullano G_1); in corrispondenza di tale valore si vendono $q = 101\,240$ tubetti a € 5,16 l'uno, per un guadagno pari a $G_1 =$ € ______.

▶ Investendo una somma C in una campagna pubblicitaria, si vendono $q = \underline{\qquad\quad} + 1{,}2\,C$ tubetti al prezzo di € 6 l'uno, per un guadagno:

$$G_2 = 6(50000 + 1{,}2C) - 150000 - 3{,}5(50000 + 1{,}2C) - C \rightarrow G_2 = 2C - 25000.$$

Il ______ G_2 si annulla per $C = 12\,500$.
La funzione G_2 è lineare crescente, quindi il massimo guadagno si ottiene con la massima capacità produttiva di 140 000 tubetti. Il valore di C corrispondente si ottiene risolvendo l'equazione:

$$\underline{\qquad\quad} = 50000 + 1{,}2C \rightarrow C = 75000.$$

Il guadagno, in questo caso, è $G_2 = 2 \cdot \underline{\qquad\quad} - 25000 = 125000$.

2 **Le boccette di profumo**

Una fabbrica di profumi deve scegliere fra due tipi di confezione per un proprio prodotto. Per il primo tipo, in boccette da 125 mL, sostiene una spesa fissa giornaliera di € 150, e inoltre spende € 36 per ogni litro di profumo e € 3 a boccetta per il vetro, la carta e il confezionamento. Ogni boccetta viene venduta al prezzo di € 19.

Il secondo tipo, in boccette da 80 mL, comporta una spesa fissa giornaliera di € 72, più il costo del profumo, più il costo del confezionamento che è crescente secondo il numero n delle boccette preparate quotidianamente, con un costo per boccetta espresso, in euro, dalla relazione $(2{,}8 + 0{,}0004n)$. Ogni boccetta viene venduta a un prezzo variabile espresso, in euro, dalla relazione $(13 - 0{,}0026n)$.

La fabbrica ha a disposizione 26 litri di profumo al giorno. Determina:

- il tipo di confezionamento più conveniente;
- il numero minimo di boccette da produrre e vendere quotidianamente per non essere in perdita;
- il massimo guadagno giornaliero conseguibile.

Introduciamo le seguenti notazioni:

x = litri di profumo lavorati al giorno ($0 \le x \le 26$);

$n_1 = \dfrac{x}{\boxed{}}$ = numero boccette del 1° tipo (da 125 mL) prodotte al giorno ($0 \le n_1 \le 208$);

$n_2 = \dfrac{x}{\boxed{}}$ = numero boccette del 2° tipo (da 80 mL) prodotte al giorno $0 \le n_2 \le 325$).

- Con il confezionamento del 1° tipo si ha un guadagno pari a:

  $$G_1 = 19n_1 - \boxed{} - 36 \cdot 0{,}125n_1 - 3n_1 \rightarrow G_1 = 11{,}5n_1 - 150 \rightarrow$$
  $$\rightarrow \text{sostituendo } x \text{ a } n_1 \rightarrow G_1 = 92x - 150.$$

  Analogamente, con il confezionamento del 2° tipo si ha un guadagno pari a:

  $$G_2 = (13 - 0{,}0026n_2 - 72 - 36 \cdot 0{,}08n_2 - (2{,}8 + 0{,}0004n_2)n_2 \rightarrow$$
  $$G_2 = -0{,}003n_2^2 + 7{,}32n_2 - \boxed{} \rightarrow$$
  $$\rightarrow \text{sostituendo } x \text{ a } n_2 \rightarrow G_2 = -0{,}46875x^2 + 91{,}5x - 72.$$

  Valutiamo quando il 1° tipo di confezionamento è vantaggioso:

  $$G_1 \ge G_2 \rightarrow 0{,}46875x^2 + 0{,}5x - 78 \ge 0 \rightarrow x \ge 12{,}377 \rightarrow n_1 \ge \boxed{}.$$

  Il primo tipo di confezionamento è vantaggioso per almeno 100 boccette, pari a 12,5 L.

- Il numero minimo di boccette da produrre e vendere per non essere in ____ è quindi del 2° tipo:

  $$G_2 = 0 \rightarrow -0{,}003n_2^2 + 7{,}32n_2 - 72 = 0 \rightarrow n_2 \simeq 10.$$

- Il massimo ____ giornaliero si ottiene con il massimo numero di boccette del 1° tipo che si possono produrre e vendere: $n_{1\,\text{max}} = 208$ boccette.

3 **La capacità produttiva**

Per attuare la produzione, un'impresa deve utilizzare una o più macchine dello stesso tipo. La capacità produttiva di una macchina è di 10 q al giorno con un costo fisso di € 1100 e un costo variabile per quintale di € 1,50. La quantità da produrre che viene richiesta non ha andamento regolare nel tempo e non sono possibili giacenze. Se le macchine a disposizione non possono soddisfare la richiesta, occorre integrare con l'acquisto da terzi a un costo di € 3 al quintale. L'impresa riceve € 7 per ogni quintale di merce venduta. L'impresa, in base alle esperienze degli anni precedenti, ipotizza che nei 300 giorni di attività la richiesta sia la seguente: per 80 giorni un quantitativo fino a 10 q, per 140 giorni da 10 a 20 q, per 70 giorni da 20 a 30 q e infine per 10 giorni da 30 a 40 q. Determina:

- la quantità totale che si prevede venga richiesta nei 300 giorni di attività;
- il numero di macchine che si dovrebbero utilizzare per avere il minimo costo totale;
- il numero di macchine che si dovrebbero utilizzare per avere il massimo utile.

- Per determinare la quantità totale richiesta nei ____ giorni compiliamo la seguente tabella.

Quantità q al giorno	Valore centrale	Giorni	Quantità richiesta
0 - 10	5	80	400
10 - 20	15	140	
20 - 30	25	70	1750
30 - 40	35	10	350
	Totale	300	4600

La quantità totale che si prevede di produrre è ____ q.

- Il numero di macchine da installare per avere il ____ costo totale si ottiene con le seguenti tabelle.

Giorni cumulati	Quantità cumulata
80	400
220	2500
290	4250
300	4600

Numero macchine (1)	Capacità produttiva macchine q al giorno (2) = 10*(1)	Numero giorni con produzione sufficiente (3) = giorni cumulati	Quantità prodotta nei giorni con produzione sufficiente (4) = quantità cumulata	Numero giorni con produzione non sufficiente (5) = 300 − (3)
0	0	0	0	300
1	10	80	400	220
2	20	220		80
3	30	290	4250	10
4	40	300	4600	0

Quantità da acquistare da terzi (6) = 4600 − (4)	Costo fisso (7) = 1100*(1)	Costo variabile (8) = 1,5*(4)	Costo acquisti da terzi (9) = 3*(6)	Costo totale (10) = = (7) + (8) + (9)	Guadagno (11) = = 7*4600 − (10)
4600	0	0	13 800	13 800	18 400
4200	1100	600	12 600	14 300	17 900
2100	2200	3750	6300	12 250	19 950
350	3300	6375	1050	10 725	21 475
0	4400	6900	0	11 300	20 900

Il ______ costo totale di produzione si ottiene quindi con __ macchine.

► Dalle tabelle precedenti si ricava che il numero delle macchine da installare per conseguire il ______ guadagno è sempre tre.